

# Détection de structures fines par traitement d'images et apprentissage statistique : application au contrôle non destructif

**Vincent Morard**

Thèse soutenue publiquement le 22 octobre 2012

et encadrée par Etienne Decencière et Petr Dokládál



## Plan de la présentation

- 1 Contexte industriel et introduction à la détection des éléments fins
  - Projet TOCATA
  - Détection des éléments fins
- 2 Apports méthodologiques en traitement d'images
  - Ouverture 1-D en temps constant par pixel
  - Ouverture parcimonieuse par chemins
  - Amincissement par attributs géodésiques
- 3 Apport méthodologique en analyse statistique
  - AdaCOS
- 4 Résultats applicatifs
- 5 Conclusions

## Plan de la présentation

- 1 **Contexte industriel et introduction à la détection des éléments fins**
  - Projet TOCATA
  - Détection des éléments fins
- 2 Apports méthodologiques en traitement d'images
  - Ouverture 1-D en temps constant par pixel
  - Ouverture parcimonieuse par chemins
  - Amincissement par attributs géodésiques
- 3 Apport méthodologique en analyse statistique
  - AdaCOS
- 4 Résultats applicatifs
- 5 Conclusions

## Plan de la présentation

- 1 **Contexte industriel et introduction à la détection des éléments fins**
  - **Projet TOCATA**
  - Détection des éléments fins
- 2 **Apports méthodologiques en traitement d'images**
  - Ouverture 1-D en temps constant par pixel
  - Ouverture parcimonieuse par chemins
  - Amincissement par attributs géodésiques
- 3 **Apport méthodologique en analyse statistique**
  - AdaCOS
- 4 **Résultats applicatifs**
- 5 **Conclusions**

## Projet TOCATA

### Cadre de travail : les contrôles non destructifs de pièces métalliques

- **Contrôle non destructif** : *ensemble de méthodes qui permettent de caractériser l'état d'intégrité de structures ou de matériaux, sans les dégrader<sup>a</sup>.*
- **Domaines d'application** : industrie automobile, aéronautique, nucléaire, pétrolière, navale, aérospatiale...
- **Exemples de contrôle** : visuel, ressuage, radiologique, ultrason, courants de Foucault...

---

a. [http://fr.wikipedia.org/wiki/Contrôle\\_non\\_destructif](http://fr.wikipedia.org/wiki/Contrôle_non_destructif)

## Projet TOCATA

### Cadre de travail : les contrôles non destructifs de pièces métalliques

- **Contrôle non destructif** : *ensemble de méthodes qui permettent de caractériser l'état d'intégrité de structures ou de matériaux, sans les dégrader<sup>a</sup>.*
- **Domaines d'application** : industrie automobile, aéronautique, nucléaire, pétrolière, navale, aérospatiale...
- **Exemples de contrôle** : visuel, ressuage, radiologique, ultrason, courants de Foucault...

---

a. [http://fr.wikipedia.org/wiki/Contrôle\\_non\\_destructif](http://fr.wikipedia.org/wiki/Contrôle_non_destructif)

Le contrôle par **ressuage** est une méthode très largement utilisée en industrie.

## Le contrôle par ressuage

### Objectif

Révéler la présence de défauts de surface sur des pièces métalliques.

Principe de mise en œuvre du ressuage :



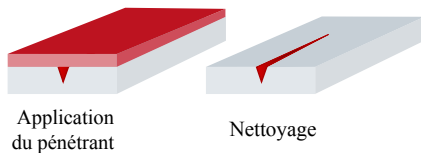
Application  
du pénétrant

## Le contrôle par ressuage

### Objectif

Révéler la présence de défauts de surface sur des pièces métalliques.

Principe de mise en œuvre du ressuage :



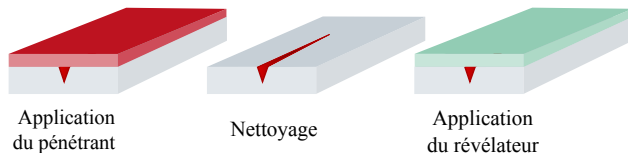


## Le contrôle par ressuage

### Objectif

Révéler la présence de défauts de surface sur des pièces métalliques.

Principe de mise en œuvre du ressuage :

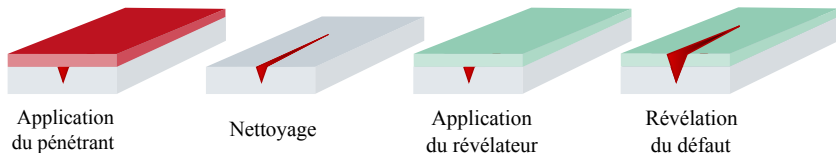


## Le contrôle par ressuage

### Objectif

Révéler la présence de défauts de surface sur des pièces métalliques.

Principe de mise en œuvre du ressuage :



## Le contrôle par ressuage

### Avantages

- grande sensibilité (fissure ayant des ouvertures de  $1 \mu m$ ) ;
- vitesse du contrôle ;
- faible prix du contrôle.

### Inconvénients

- procédé difficile à automatiser ;
- dépend d'un contrôle visuel en fin de chaîne (subjectivité) ;
- forte pollution.

## Le contrôle par ressuage

### Avantages

- grande sensibilité (fissure ayant des ouvertures de  $1 \mu m$ ) ;
- vitesse du contrôle ;
- faible prix du contrôle.

### Inconvénients

- procédé difficile à automatiser ;
- dépend d'un contrôle visuel en fin de chaîne (subjectivité) ;
- forte pollution.

## Objectif du projet TOCATA :

Remplacer le ressuage par un contrôle **optique** de même **sensibilité**, **automatisé** et **propre**.

## Système optique du projet TOCATA

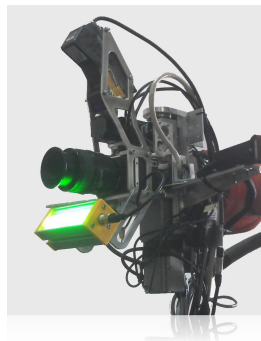
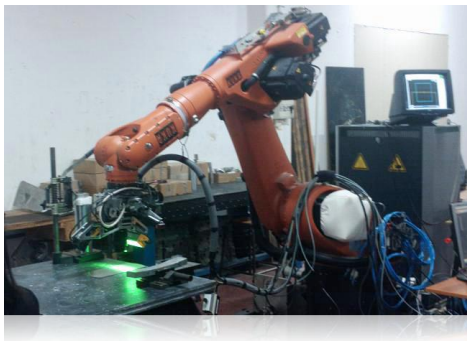


FIGURE: Bras robotisé et système optique



## Exemples de défauts

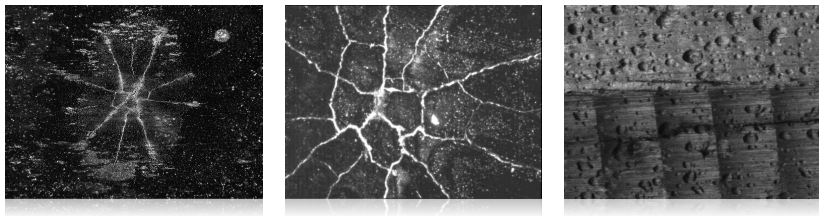


FIGURE: Défauts de surface : fissures

## Points clés du projet :

- Créer un traitement **générique** capable de s'adapter à des couples pièces/défauts différents,

## Exemples de défauts

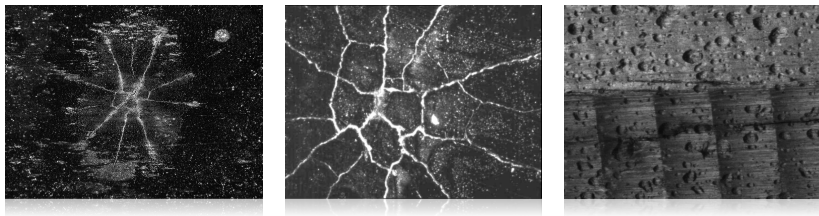


FIGURE: Défauts de surface : fissures

## Points clés du projet :

- Créer un traitement **générique** capable de s'adapter à des couples pièces/défauts différents,
- pour détecter et extraire des **éléments fins** d'une image,

## Exemples de défauts

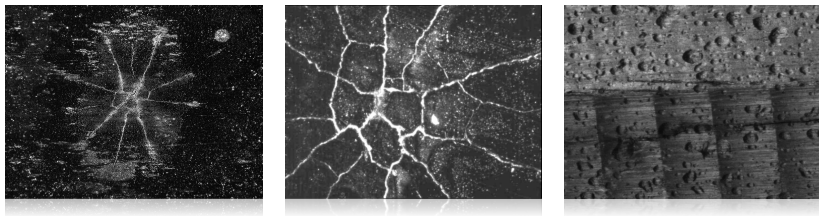


FIGURE: Défauts de surface : fissures

## Points clés du projet :

- Créer un traitement **générique** capable de s'adapter à des couples pièces/défauts différents,
- pour détecter et extraire des **éléments fins** d'une image,
- ayant une **tortuosité** quelconque,



## Exemples de défauts

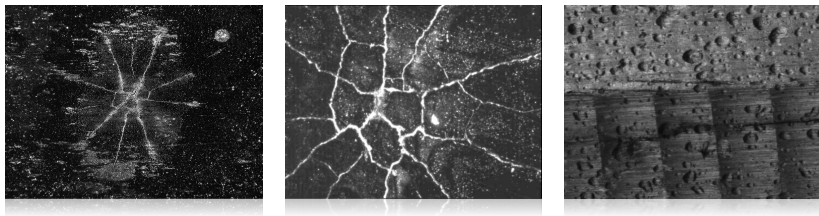


FIGURE: Défauts de surface : fissures

## Points clés du projet :

- Créer un traitement **générique** capable de s'adapter à des couples pièces/défauts différents,
- pour détecter et extraire des **éléments fins** d'une image,
- ayant une **tortuosité** quelconque,
- en utilisant des algorithmes de traitement d'images **rapides**.

## Plan de la présentation

- 1 **Contexte industriel et introduction à la détection des éléments fins**
  - Projet TOCATA
  - Détection des éléments fins
- 2 Apports méthodologiques en traitement d'images
  - Ouverture 1-D en temps constant par pixel
  - Ouverture parcimonieuse par chemins
  - Amincissement par attributs géodésiques
- 3 Apport méthodologique en analyse statistique
  - AdaCOS
- 4 Résultats applicatifs
- 5 Conclusions

## Détection des éléments fins

### Exemple de filtres extraits de la littérature

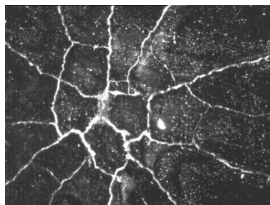


FIGURE: Image initiale

## Détection des éléments fins

### Exemple de filtres extraits de la littérature

- Banc de filtres directionnels (**segment de droite**)

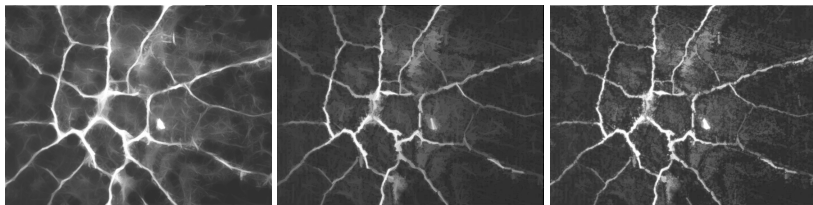


FIGURE: Médiane, ouverture, *rank max opening*

## Détection des éléments fins

### Exemple de filtres extraits de la littérature

- Banc de filtres directionnels (**segment de droite**)
- Banc de filtres directionnels (**filtres linéaires**)

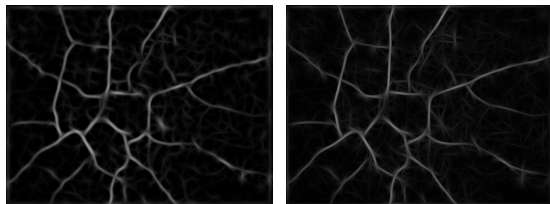
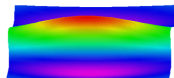


FIGURE: Noyaux DoG, filtre *DoG*, filtre de Gabor

## Détection des éléments fins

### Exemple de filtres extraits de la littérature

- Banc de filtres directionnels (**segment de droite**)
- Banc de filtres directionnels (**filtres linéaires**)
- Banc de filtres directionnels (**chemins**)

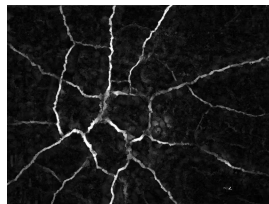
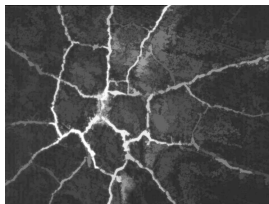


FIGURE: Ouverture par chemins incomplets, *Free form anisotropy*)

## Bilan de l'état de l'art

### Détection des structures fines : qualités attendues d'un filtre

- **précis ;**
- **robuste au bruit ;**
- **indépendant de la tortuosité ;**
- **rapide.**

Aucune des méthodes de l'état de l'art ne possède toutes ses qualités.

## Apport de cette thèse

### Dans cette présentation, nous proposons des méthodes ...

- pour **accélérer les ouvertures linéaires** ;
- pour analyser des **chemins parcimonieux** ;
- pour concevoir des filtres connexes avec des **attributs géodésiques** ;
- pour associer le traitement d'images et **l'analyse statistique** (généricité du traitement et optimisation des temps de calculs).



## Apport de cette thèse

### Dans cette présentation, nous proposons des méthodes ...

- pour **accélérer les ouvertures linéaires** ;
- pour analyser des **chemins parcimonieux** ;
- pour concevoir des filtres connexes avec des **attributs géodésiques** ;
- pour associer le traitement d'images et **l'analyse statistique** (généricité du traitement et optimisation des temps de calculs).

### ... qui peuvent être utilisées dans d'autres domaines d'applications :

- **Imagerie médicale** : détection des vaisseaux sanguins, des molécules d'ADN, des neurones, des empreintes digitales...
- **Contrôles non destructifs** : détection des craquelures sur les tableaux anciens, des fissures sur les routes, des fibres de la peau...
- **Imagerie satellite** : détection des routes, rivières, chemins de fer...

## Plan de la présentation

- 1 Contexte industriel et introduction à la détection des éléments fins
  - Projet TOCATA
  - Détection des éléments fins
- 2 Apports méthodologiques en traitement d'images
  - Ouverture 1-D en temps constant par pixel
  - Ouverture parcimonieuse par chemins
  - Amincissement par attributs géodésiques
- 3 Apport méthodologique en analyse statistique
  - AdaCOS
- 4 Résultats applicatifs
- 5 Conclusions

## Plan de la présentation

- 1 Contexte industriel et introduction à la détection des éléments fins
  - Projet TOCATA
  - Détection des éléments fins
- 2 **Apports méthodologiques en traitement d'images**
  - **Ouverture 1-D en temps constant par pixel**
  - Ouverture parcimonieuse par chemins
  - Amincissement par attributs géodésiques
- 3 Apport méthodologique en analyse statistique
  - AdaCOS
- 4 Résultats applicatifs
- 5 Conclusions

## Rappel sur la morphologie mathématique

Soit :

- $X$  un signal binaire  $E \rightarrow \{0,1\}$  avec  $E$  un intervalle de  $\mathcal{Z}$
- $X_i$  la CC numéro  $i$
- $\chi$  un critère basée sur un attribut de longueur :

*La longueur de la CC est supérieure à  $L$*

- soit une fonction  $\Psi_\chi$

$$\Psi_\chi(X_i) = \begin{cases} X_i & \text{si } \chi(X_i) \text{ est vrai} \\ \emptyset & \text{sinon,} \end{cases} \quad (1)$$

## Rappel sur la morphologie mathématique

Soit :

- $X$  un signal binaire  $E \rightarrow \{0,1\}$  avec  $E$  un intervalle de  $\mathcal{Z}$
- $X_i$  la CC numéro  $i$
- $\chi$  un critère basée sur un attribut de longueur :

*La longueur de la CC est supérieure à  $L$*

- soit une fonction  $\Psi_\chi$

$$\Psi_\chi(X_i) = \begin{cases} X_i & \text{si } \chi(X_i) \text{ est vrai} \\ \emptyset & \text{sinon,} \end{cases} \quad (1)$$

Ouverture par attribut du signal  $X$  avec le critère  $\chi$

$$\Gamma_\chi(X) = \bigcup_i \Psi_\chi(X_i) \quad (2)$$

Soit :

- $g$  un signal en niveau de gris  $g : E \rightarrow V$  avec  $V = \mathcal{N}$  ou  $V = \mathcal{R}$
- $X^h$  la binarisation de  $g$  au niveau  $h$  tel que  $X^h = \{x | g(x) \geq h\}$

### Ouverture par attribut du signal $g$ avec le critère $\chi$

$$\gamma_x(g)(x) = \vee \{h \in V \mid x \in \Gamma_x(X^h(g))\}, \quad (3)$$

Soit :

- $g$  un signal en niveau de gris  $g : E \rightarrow V$  avec  $V = \mathcal{N}$  ou  $V = \mathcal{R}$
- $X^h$  la binarisation de  $g$  au niveau  $h$  tel que  $X^h = \{x | g(x) \geq h\}$

### Ouverture par attribut du signal $g$ avec le critère $\chi$

$$\gamma_{\chi}(g)(x) = \vee \{h \in V \mid x \in \Gamma_{\chi}(X^h(g))\}, \quad (3)$$

Pour une image 2-D,  $f : D \rightarrow V$  avec  $D \subset \mathbb{Z}^2$

Soit :

- $g$  un signal en niveau de gris  $g : E \rightarrow V$  avec  $V = \mathcal{N}$  ou  $V = \mathcal{R}$
- $X^h$  la binarisation de  $g$  au niveau  $h$  tel que  $X^h = \{x | g(x) \geq h\}$

### Ouverture par attribut du signal $g$ avec le critère $\chi$

$$\gamma_\chi(g)(x) = \vee \{h \in V \mid x \in \Gamma_\chi(X^h(g))\}, \quad (3)$$

Pour une image 2-D,  $f : D \rightarrow V$  avec  $D \subset \mathbb{Z}^2$

### Supremum des ouvertures par attribut

$$\vee \gamma_\chi(f) = \bigvee_{\alpha \in [0^\circ, 180^\circ[} \gamma_\chi^\alpha(f) \quad (4)$$



Soit :

- $g$  un signal en niveau de gris  $g : E \rightarrow V$  avec  $V = \mathcal{N}$  ou  $V = \mathcal{R}$
- $X^h$  la binarisation de  $g$  au niveau  $h$  tel que  $X^h = \{x | g(x) \geq h\}$

### Ouverture par attribut du signal $g$ avec le critère $\chi$

$$\gamma_{\chi}(g)(x) = \vee \{h \in V \mid x \in \Gamma_{\chi}(X^h(g))\}, \quad (3)$$

Pour une image 2-D,  $f : D \rightarrow V$  avec  $D \subset \mathbb{Z}^2$

### Supremum des ouvertures par attribut

$$\vee \gamma_{\chi}(f) = \bigvee_{\alpha \in [0^{\circ}, 180^{\circ}[} \gamma_{\chi}^{\alpha}(f) \quad (4)$$

### Orientation locale

$$\zeta_{\chi}(f) \in \operatorname{argsup}_{\alpha \in [0^{\circ}, 180^{\circ}[} \gamma_{\chi}^{\alpha}(f) \quad (5)$$

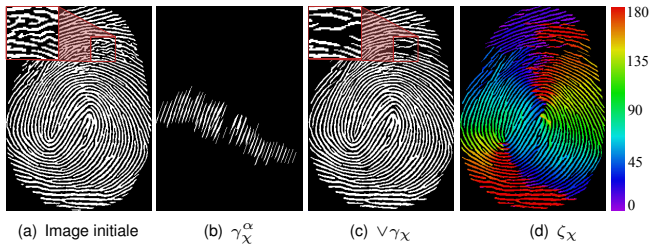


FIGURE: Critère : "La longueur de la CC est supérieure à 21 pixels"

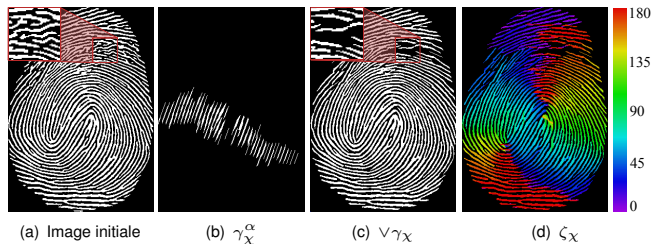


FIGURE: Critère : "La longueur de la CC est supérieure à 21 pixels"

## Algorithmes et complexités :

- Suivant la définition (éro + dil) :  $\mathcal{O}(NL)$  avec  $N = \text{card } D$

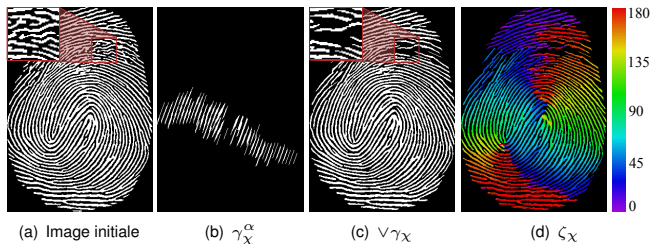


FIGURE: Critère : “La longueur de la CC est supérieure à 21 pixels”

## Algorithmes et complexités :

- Suivant la définition (éro + dil) :  $\mathcal{O}(N L)$  avec  $N = \text{card } D$
- Décomposition logarithmique (éro + dil) :  $\mathcal{O}(N \log(L))$  (Coltuc et Pitas [1])

[1] **Coltuc and Pitas.** On fast running max-min filtering. Circ. and Syst. II : Analog and Digital Sig. Proc., IEEE Trans. on, 1997

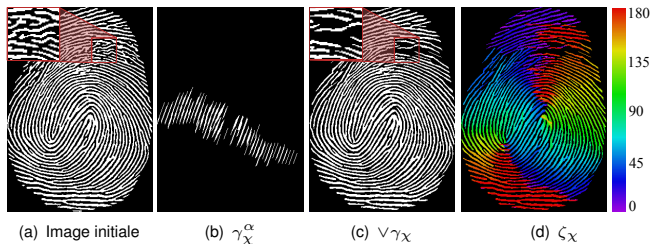


FIGURE: Critère : "La longueur de la CC est supérieure à 21 pixels"

## Algorithmes et complexités :

- Suivant la définition (éro + dil) :  $\mathcal{O}(N L)$  avec  $N = \text{card } D$
- Décomposition logarithmique (éro + dil) :  $\mathcal{O}(N \log(L))$  (Coltuc et Pitas [1])
- En temps constant par pixel (éro + dil) :  $\mathcal{O}(N)$ , (Van Herk [2])

[1] **Coltuc and Pitas**. On fast running max-min filtering. Circ. and Syst. II : Analog and Digital Sig. Proc., IEEE Trans. on, 1997

[2] **Van Herk**. A fast algorithm for local minimum and maximum filters on rectangular and octagonal kernels. Pat.Recogn Letters, 1992

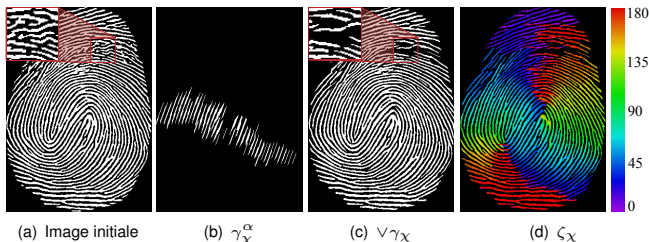


FIGURE: Critère : “La longueur de la CC est supérieure à 21 pixels”

## Algorithmes et complexités :

- Suivant la définition (éro + dil) :  $\mathcal{O}(N L)$  avec  $N = \text{card } D$
- Décomposition logarithmique (éro + dil) :  $\mathcal{O}(N \log(L))$  (Coltuc et Pitas [1])
- En temps constant par pixel (éro + dil) :  $\mathcal{O}(N)$ , (Van Herk [2])
- En temps constant par pixel () : Van Droogenbroeck et Buckley [3],

[1] **Coltuc and Pitas.** On fast running max-min filtering. Circ. and Syst. II : Analog and Digital Sig. Proc., IEEE Trans. on, 1997

[2] **Van Herk.** A fast algorithm for local minimum and maximum filters on rectangular and octagonal kernels. Pat.Recogn Letters, 1992

[3] **M. Van Droogenbroeck and M.J. Buckley.** Morphological erosions and openings : fast algorithms based on anchors JMIV, 2005

## Décomposition du signal en cordes

### Définition d'une corde

Soit  $g : E \rightarrow V$  un signal 1-D et  $\{X_j\}$  l'ensemble des CC à un niveau donné  
On appelle *corde* tout couple  $c = (X_j, k)$  appartenant à  $\{X_j\} \times V$ , tel que :

$$k = \min_{x \in X_j} g(x), \quad (6)$$

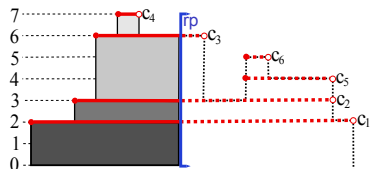


FIGURE: Décomposition d'un signal 1-D en un ensemble de corde

## Décomposition du signal en cordes

### Définition d'une corde

Soit  $g : E \rightarrow V$  un signal 1-D et  $\{X_j\}$  l'ensemble des CC à un niveau donné  
On appelle *corde* tout couple  $c = (X_j, k)$  appartenant à  $\{X_j\} \times V$ , tel que :

$$k = \min_{x \in X_j} g(x), \quad (6)$$

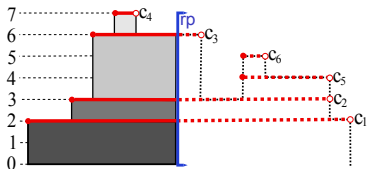


FIGURE: Décomposition d'un signal 1-D en un ensemble de corde

### Reconstruction de $g$

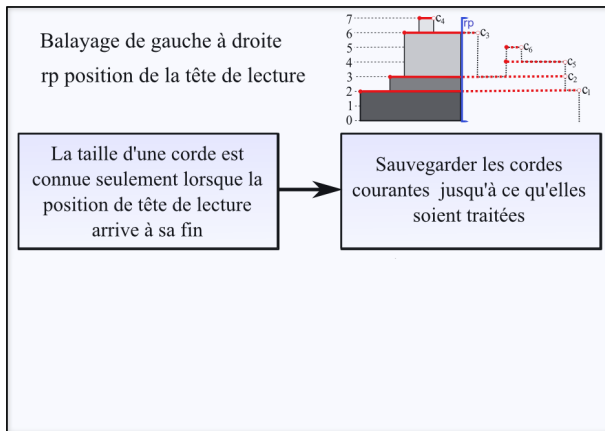
Soit  $C = \{(X_j, k_j)\}$  l'ensemble des cordes du signal,

$$g(x) = \max_{(X_j, k_j) \in C, x \in X_j} k_j. \quad (7)$$



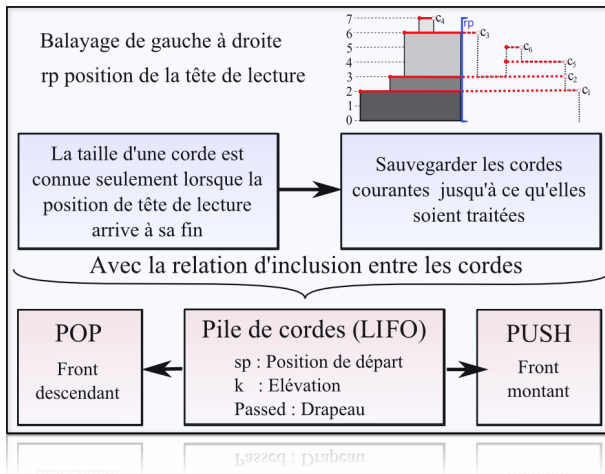
## Principe de l'algorithme

$$\gamma_L(C) = \{c_j | \text{Length}(c_j) \geq L\}, \quad (8)$$



## Principe de l'algorithme

$$\gamma_L(C) = \{c_j | \text{Length}(c_j) \geq L\}, \quad (8)$$



## Pseudo code

```
Algorithme : Process_a_pixel(k, rp, Stack, Out)
1: if Stack.empty() or k > Stack.top().k then
2:   Stack.push(k, rp, false)
3: else
4:   While k < Stack.top().k do
5:     cordOut = Stack.pop()
6:     if cordOut.Passed or rp-cordOut.sp ≥ L then
7:       WriteCords(k, rp, Stack, Out, cordOut)
8:       Stack.push(k, rp, true)
9:       break
10:    else if Stack.empty() or k > Stack.top().k then
11:      Stack.push(k, cordOut.StartPos, false)
12:      break
13:    end if
14:  end while
15: end if
```

## Temps de calcul en fonction de la taille de l'ouverture

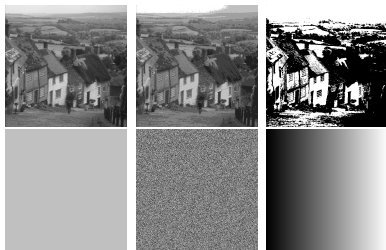


FIGURE: De gauche à droite et de haut en bas : Goldhill, Goldhill 9, Goldhill 2, image constante, image de bruit, rampe montante.

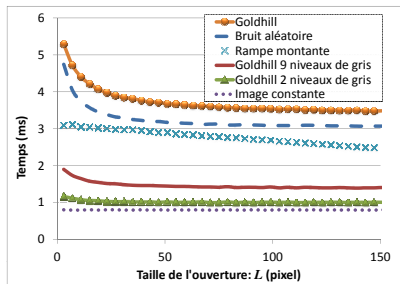


FIGURE: Influence du contenu de l'image et de  $L$  (image  $512 \times 512$ )

## Temps de calcul et comparaison avec l'état de l'art

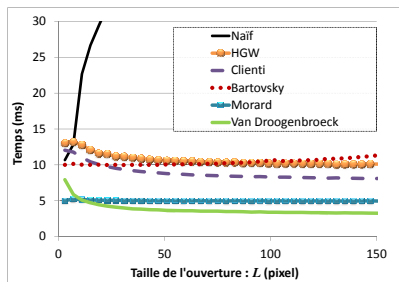


FIGURE: Comparaison avec l'état de l'art [1-5]

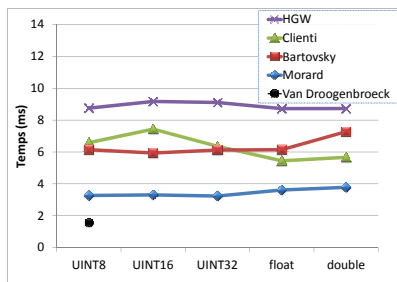


FIGURE: Influence du type de données d'entrée

[1] **M. Van Herk**. A fast algorithm for local minimum and maximum filters on rectangular and octagonal kernels. *Pat. Recogn Letters*, 13(7) :517-521, 1992

[2] **C. Clienti, M. Bilodeau, and S. Beucher**. An efficient hardware architecture without line memories for morphological image processing. In *Proc. of the 10th Inter. Conf. on Advanced Concepts for Intelligent Vision Systems*, pages 147-156. Springer-Verlag, 2008

[3] **J. Bartovský, P. Dokládál, E. Dokládálová, and M. Bilodeau**. Fast streaming algorithm for 1-D morphological opening and closing on 2-D support. *ISMM*, pages 296-305. Springer, 2011

[4] **V. Morard, P. Dokládál, and E. Decencière**. Linear openings in arbitrary orientation in  $O(1)$  per pixel. *ICASSP, IEEE International Conference on*, 2011

[5] **M. Van Droogenbroeck and M.J. Buckley**. Morphological erosions and openings : fast algorithms based on anchors *JMIV* 22(2) :121-142, 2005

## Bilan des ouvertures 1-D en temps constant par pixel

### Avantages

- **le plus rapide** (images > 8 bits) ;
- calcul des **granulométries** et des **arbres de composantes connexes** [1] ;
- **le plus rapide** pour les granulométries [1] ;
- **gestion des bords** (Extension 0 ou  $\infty$ ) ;
- **parallélisation** (CPU et GPU [2]).

### Limite

- **moins rapide** que l'algorithme de Van Droogenbroeck et Buckley (images 8 bits).

[1] V. Morard, P. Dokládál, and E. Decencière. One-dimensional openings, granulometries and component trees in  $O(1)$  per pixel. IEEE Journal of Selected Topics in Images Processing, 2012

[2] P. Karas, V. Morard, J. Bartovsky, T. Grandpierre, E. Dokládálová, P. Matula, and P. Dokládál. GPU implementation of linear morphological openings with arbitrary angle. Journal of Real-Time Image Processing, 2012

- └ Apports méthodologiques en traitement d'images
- └ Ouverture parcimonieuse par chemins

## Plan de la présentation

- 1 Contexte industriel et introduction à la détection des éléments fins
  - Projet TOCATA
  - Détection des éléments fins
- 2 **Apports méthodologiques en traitement d'images**
  - Ouverture 1-D en temps constant par pixel
  - **Ouverture parcimonieuse par chemins**
  - Amincissement par attributs géodésiques
- 3 Apport méthodologique en analyse statistique
  - AdaCOS
- 4 Résultats applicatifs
- 5 Conclusions

## Rappel sur les ouvertures par chemins [1]

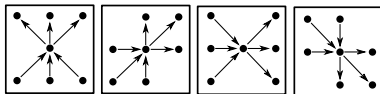
Soit  $X : D \rightarrow \{0,1\}$  une image binaire et  $G : D \rightarrow \mathcal{P}$  un graphe **orienté, acyclique**.  
 Pour  $x \in D$ ,  $y \in D$  et  $G^-$  le graphe inverse :

$$x \text{ est lié à } y \Leftrightarrow y \in G(x) \Leftrightarrow x \in G^-(y)$$

### Définition d'un chemin $\pi$

Une séquence  $\pi = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ ,  $n \in \mathbb{Z}$  de points est un chemin de  $G_X$  ssi,  
 $\forall i, 1 \leq i \leq n-1$ ,

$$x_{i+1} \in G_X(x_i). \quad (9)$$



[1] H. Heijmans, M. Buckley, and H. Talbot. Path openings and closings. JMIV, vol. 22, no. 2, pp. 107-119, 2005



- └ Apports méthodologiques en traitement d'images
- └ Ouverture parcimonieuse par chemins

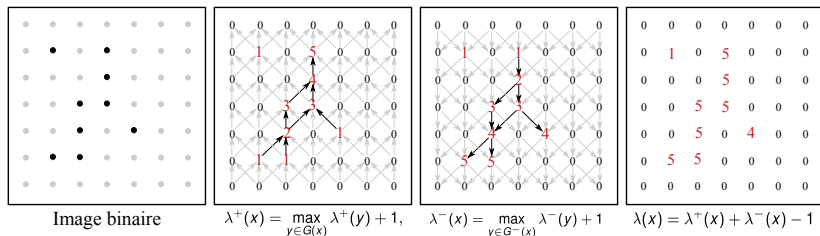


FIGURE: Illustration du fonctionnement des ouvertures par chemins binaires

## Ouverture par chemins (images binaires et en niveaux de gris)

$$\Gamma_L^{PO}(X) = \{x \in X \mid \lambda_{G_X}(x) \geq L\} \quad (10)$$

$$\gamma_L^{PO}(f) = \vee \{h \in V \mid x \in \Gamma_L^{PO}(X^h(f))\} \quad (11)$$

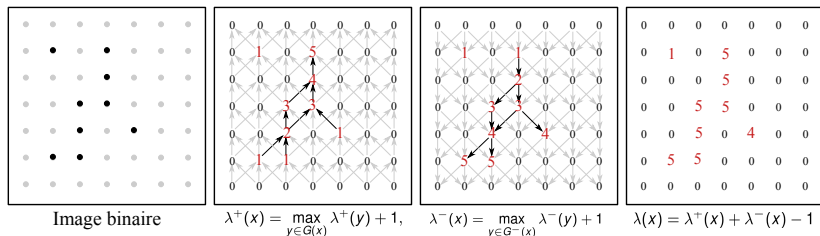


FIGURE: Illustration du fonctionnement des ouvertures par chemins binaires

## Ouverture par chemins (images binaires et en niveaux de gris)

$$\Gamma_L^{PO}(X) = \{x \in X \mid \lambda_{G_X}(x) \geq L\} \quad (10)$$

$$\gamma_L^{PO}(f) = \vee \{h \in V \mid x \in \Gamma_L^{PO}(X^h(f))\} \quad (11)$$

 [1] B. Appleton and H. Talbot. Efficient path openings and closings. *Mathematical Morphology : 40 Years On*, pp.33-42, 2005

 [2] C. Lunego Hendriks. Constrained and dimensionality-independent path openings. *Image Processing, IEEE Transactions on*, vol.19, no.6, pp.1587-1595, 2010

## Vers les ouvertures parcimonieuses par chemins

### Idée fondatrice

Accélérer les temps de calcul en ne traitant qu'un sous ensemble de chemins de l'image.

- └ Apports méthodologiques en traitement d'images
- └ Ouverture parcimonieuse par chemins

## Vers les ouvertures parcimonieuses par chemins

### Idée fondatrice

Accélérer les temps de calcul en ne traitant qu'un sous ensemble de chemins de l'image.

### Principale difficulté

Comment choisir le sous ensemble de chemins représentatif des structures de l'image ?

## Chemins localement maximaux $LMP$

Soit  $f : D \rightarrow V$  une image en niveaux de gris avec  $D$  un domaine rectangulaire.  
Soit  $G$  un graphe orienté et acyclique.

$\pi^{LMP} = (x_1, \dots, x_n)$  est un chemin localement maximal si :

- le point de départ du chemin ( $x_1$ ) appartient à une frontière de  $D$
- $\forall x_i \in \pi^{LMP}, i \in [0, n[ :$

$$x_{i+1} \in \arg \max_{x_j \in G(x_i)} \{f(x_j)\}. \quad (12)$$

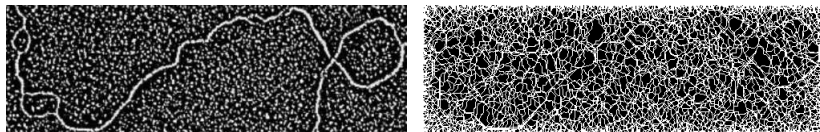


FIGURE: Illustration de l'ensemble des chemins localement maximaux ( $\Pi_f^{LMP}$ )

## Chemins globalement maximaux *GMP*

Soit  $f : D \rightarrow V$  une image en niveaux de gris avec  $D$  un domaine rectangulaire.  
Soit  $G$  un graphe orienté et acyclique.

$\pi^{GMP} = (x_1, \dots, x_n)$  est un chemin globalement maximal si :

- le point de départ du chemin ( $x_1$ ) appartient à une frontière de  $D$
- 

$$\pi^{GMP} \in \operatorname{argmax}_{\pi \in \Pi_G} \left( \sum_{x_j \in \pi} f(x_j) \right) \quad (13)$$

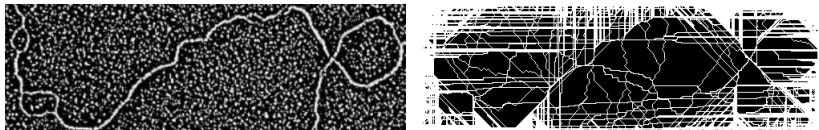


FIGURE: Illustration de l'ensemble des chemins localement maximaux ( $\Pi_f^{GLO}$ )

## Une généralisation : les chemins $\beta$ maximaux ( $\beta$ MP)

Soit  $f : D \rightarrow V$  une image en niveaux de gris avec  $D$  un domaine rectangulaire.  
Soit  $G$  un graphe orienté et acyclique.

$\pi^{\beta MP} = (x_1, \dots, x_n)$  est un chemin  $\beta$  maximal si :

- le point de départ du chemin ( $x_1$ ) appartient à une frontière de  $D$  ;
- $\pi^{\beta MP}$  est la concaténation de chemins  $GMP$  sur des bandes d'image de largeur  $\beta$ .

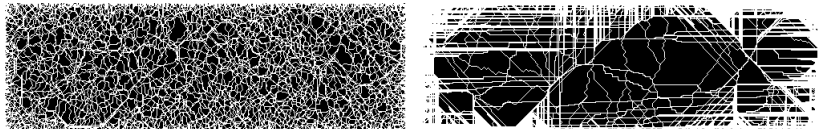
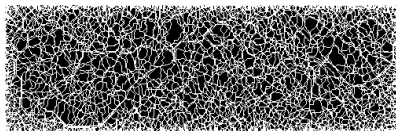
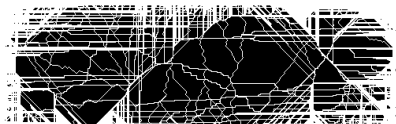


FIGURE: Généralisation :  $\Pi_f^{1MP} = \Pi_f^{LMP}$  et  $\Pi_f^{\infty MP} = \Pi_f^{GMP}$

## Illustration des chemins $\beta MP$



(a)  $\beta = 1$



(f)  $\beta = \infty$

FIGURE: Influence du paramètre  $\beta$  sur l'extraction des chemins



## Illustration des chemins $\beta MP$

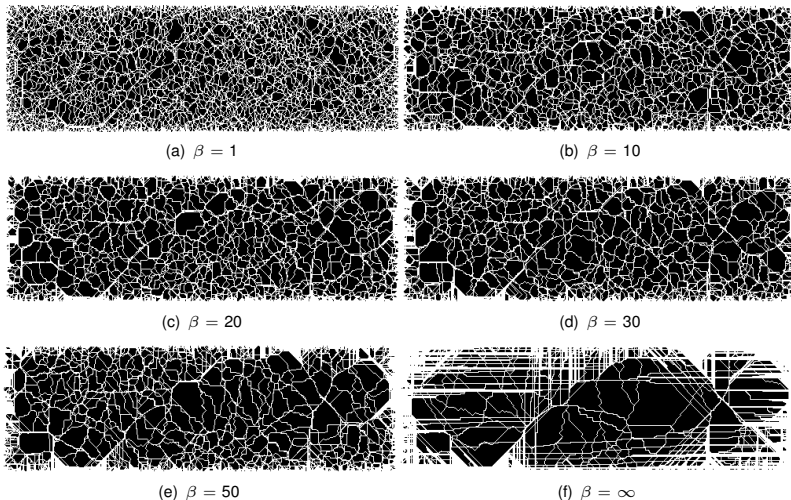
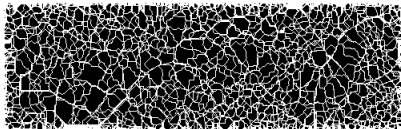


FIGURE: Influence du paramètre  $\beta$  sur l'extraction des chemins

## Réduction du nombre de chemins : paramètre de parcimonie $k$

### Observation

- beaucoup de chemins fusionnent pour suivre la même structure.



$k = 1$

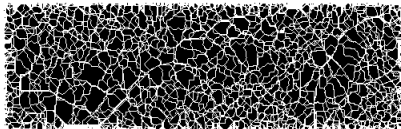
### Action

- les points de départ de deux pixels sont séparés de  $k$  pixels.

## Réduction du nombre de chemins : paramètre de parcimonie $k$

### Observation

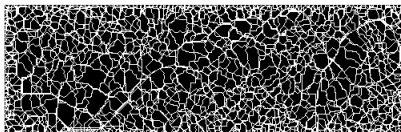
- beaucoup de chemins fusionnent pour suivre la même structure.



$k = 1$

### Action

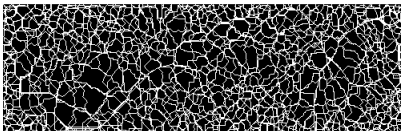
- les points de départ de deux pixels sont séparés de  $k$  pixels.



$k = 5$

### Conséquences

- le nombre de chemins est divisé par  $k$  ;
- le temps de calcul est divisé par  $k$ .



$k = 10$

## Ouverture parcimonieuse par chemins (PPO)

### Définition pour des chemins complets

Chaque chemin  $\pi \in \Pi_f^{\beta MP}$  est un signal 1-D que l'on filtre avec un critère de taille :

$$\gamma_{\beta,L}^{PPO}(f) = \begin{cases} \bigvee_{\pi \in \Pi_f^{\beta MP}} \gamma_L^\pi(f) & x \in \pi, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (14)$$

## Ouverture parcimonieuse par chemins (PPO)

### Définition pour des chemins complets

Chaque chemin  $\pi \in \Pi_f^{\beta MP}$  est un signal 1-D que l'on filtre avec un critère de taille :

$$\gamma_{\beta,L}^{PPO}(f) = \begin{cases} \bigvee_{\pi \in \Pi_f^{\beta MP}} \gamma_L^\pi(f) & x \in \pi, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (14)$$

### Définition pour des chemins incomplets

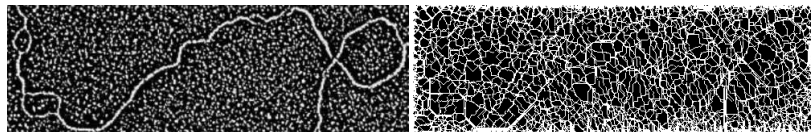
On définit la fermeture  $\varphi$  le long d'un chemin par :

$$\varphi_L^\pi(f) = -\gamma_L^\pi(-f) \quad (15)$$

ce qui nous permet de traiter les chemins incomplets (qui ont des trous de taille  $tol$ ) :

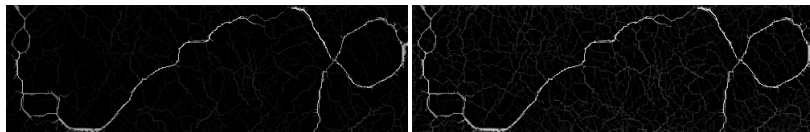
$$\gamma_{\beta,L,tol}^{PPO}(f) = f \wedge \bigvee_{\pi \in \Pi^{\beta MP}} \gamma_L^\pi(\varphi_{tol+1}^\pi(f)) \quad (16)$$

## Résultats : détection fine



(a) Image initiale

(b)  $\Pi_f$

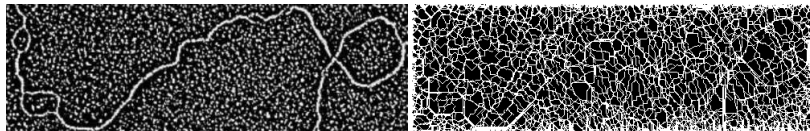


(c) *PPO* (chemins complets)  $L = 50, \beta = 5$

(d) *PPO* (chemins incomplets)  $L = 50, \beta = 5, tol = 1$

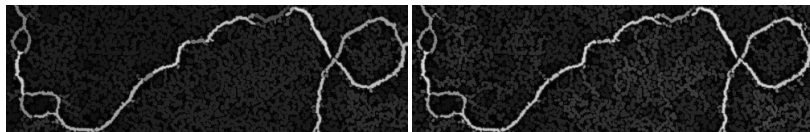
FIGURE: Ouvertures parcimonieuses par chemins

## Résultats : détection épaisse



(a) Image initiale

(b)  $\Pi_f$



(c) *PPO* (chemins complets)  $L = 50, \beta = 5$

(d) *PPO* (chemins incomplets)  $L = 50, \beta = 5, tol = 1$

FIGURE: Ouvertures parcimonieuses par chemins avec **reconstruction morphologique**

## Résultats : comparaison avec les ouvertures par chemins

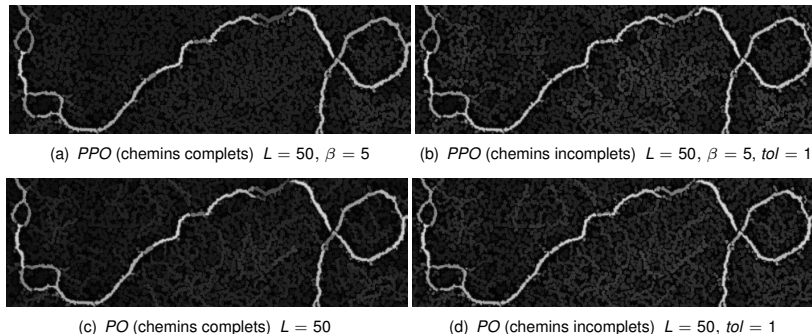


FIGURE: Comparaison des PPO avec des PO



## Résultats : comparaison avec les ouvertures par chemins

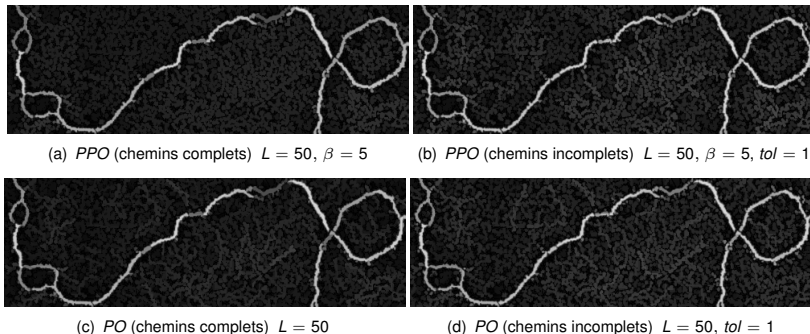


FIGURE: Comparaison des PPO avec des PO

Réalisation de tests poussés montrant la précision des PPO.

## Temps de calcul en fonction de $L$

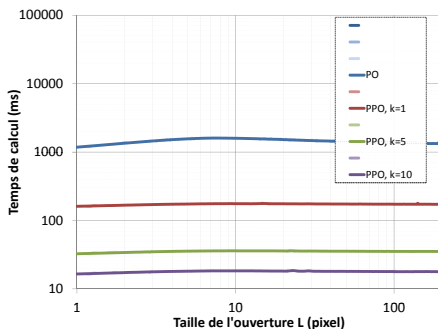


FIGURE: Benchmark entre les PO et les PPO

### Chemins complets

Les temps de calcul ont été divisés par **8**, **39** et **77** pour  $k = 1$ ,  $k = 5$  et  $k = 10$ .

## Temps de calcul en fonction de $L$

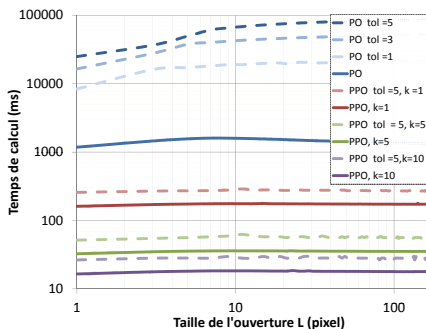


FIGURE: Benchmark entre les PO et les PPO

### Chemins incomplets

Les temps de calcul ont été divisés par **306**, **1451** et **2923** pour  $k = 1$ ,  $k = 5$  et  $k = 10$ .

## Bilan des ouvertures parcimonieuses par chemins

### Avantages

- parcimonieux en **chemins** et en **pixels** ;
- **très rapides** (indépendant de  $L$  ou  $tol$ ) ;
- tous types de données d'entrée (**entier ou réel**) ;
- extension simple pour des images **3-D** ;
- **robuste au bruit** (chemins  $\beta$ MP) ;
- **invariant par rotation**.

### Inconvénients

- présence de **zones aveugles** ;
- dépend du **contenu de l'image**.

## Plan de la présentation

- 1 Contexte industriel et introduction à la détection des éléments fins
  - Projet TOCATA
  - Détection des éléments fins
- 2 **Apports méthodologiques en traitement d'images**
  - Ouverture 1-D en temps constant par pixel
  - Ouverture parcimonieuse par chemins
  - **Amincissement par attributs géodésiques**
- 3 Apport méthodologique en analyse statistique
  - AdaCOS
- 4 Résultats applicatifs
- 5 Conclusions

## Rappel sur les amincissements par attributs

Soit  $X : D \rightarrow \{0,1\}$  une image binaire et  $\chi$  un critère :

### Ouverture par attributs

$$\Psi_{\chi}(X_i) = \begin{cases} X_i & \text{si } \chi(X_i) \text{ est vrai} \\ \emptyset & \text{sinon,} \end{cases} \quad (17)$$

Par définition,  $\Psi$  est anti-extensif, idempotent. Si le critère est croissant alors  $\Psi$  est une **ouverture** tout comme  $\Gamma_{\chi}(X) = \bigcup_i \Psi_{\chi}(X_i)$ .

## Rappel sur les amincissements par attributs

Soit  $X : D \rightarrow \{0,1\}$  une image binaire et  $\chi$  un critère :

### Ouverture par attributs

$$\Psi_{\chi}(X_i) = \begin{cases} X_i & \text{si } \chi(X_i) \text{ est vrai} \\ \emptyset & \text{sinon,} \end{cases} \quad (17)$$

Par définition,  $\Psi$  est anti-extensif, idempotent. Si le critère est croissant alors  $\Psi$  est une **ouverture** tout comme  $\Gamma_{\chi}(X) = \bigcup_i \Psi_{\chi}(X_i)$ .

### Amincissement par attributs

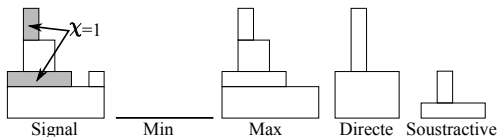
$$\Psi_{\chi}(X_i) = \begin{cases} X_i & \text{si } \chi(X_i) \text{ est vrai} \\ \emptyset & \text{sinon,} \end{cases} \quad (18)$$

Par définition,  $\Psi$  est anti-extensif, idempotent. Si le critère **n'est pas croissant** alors  $\Psi$  est un **amincissement** tout comme  $\Phi_{\chi}(X) = \bigcup_i \Psi_{\chi}(X_i)$ .

## Extension aux images en niveaux de gris

### Plusieurs règles de filtrage existent :

- **Règle directe** [1, 2] :  $X_i$  est supprimée si  $\chi(X_i) = 0$ .
- **Règle max** [1, 2] :  $X_i$  est supprimée si  $\chi(X_i) = 0$  et si  $\forall X_j$  telles que  $X_j \subset X_i$  sont supprimées
- **Règle min** [1, 2] :  $X_i$  est supprimée si  $\chi(X_i) = 0$  ou si  $\exists X_j$  telle que  $X_i \subset X_j$  est supprimée.
- **Règle soustractive** [3] :  $X_i$  est supprimée si  $\chi(X_i) = 0$ . Les autres composantes connexes  $X_j$  telles que  $X_j \subset X_i$  sont abaissées par la valeur du contraste de  $X_i$ .



[1] E.J. Breen and R. Jones. Attribute openings, thinnings, and granulometries. CVIU, 64 :377-389, 1996

[2] P. Salembier, A. Oliveras, and L. Garrido. Antiextensive connected operators for image and sequence processing. Image Processing, IEEE Trans. on, 7 :555-570, 1998

[3] E.R. Urbach and M.H.F. Wilkinson. Shape-only granulometries and gray-scale shape filters. ISMM, page 305, 2002



## Vers les amincissements par attributs géodésiques [1, 2]

### Idée fondatrice

Associer les amincissements avec des **attributs géodésiques** pour former une nouvelle famille de filtres.

### Objectifs

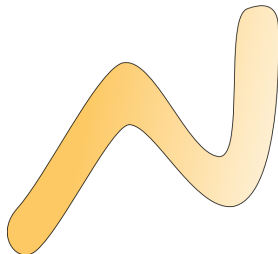
- mesurer la longueur, l'élongation, la tortuosité des structures de l'image ;
- correctement estimer la longueur des structures très tortueuses.

[1] V. Morard, E. Decencière, and P. Dokládal. [Geodesic attributes thinnings and thickenings](#). ISMM pages 200-211. Springer-Verlag, 2011

[2] V. Morard, E. Decencière, and P. Dokládal. [Efficient geodesic attribute thinnings based on the barycentric diameter](#). Journal of Mathematical Imaging and Vision, 2012

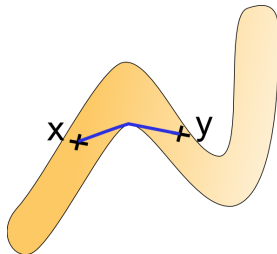
## Attributs géodésiques

- soit  $X$  une composante connexe ;



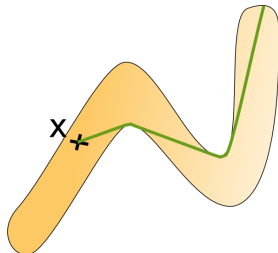
## Attributs géodésiques

- soit  $X$  une composante connexe ;
- soit deux points  $x, y \in X$  :  $d_X(x,y)$  est un arc géodésique ;



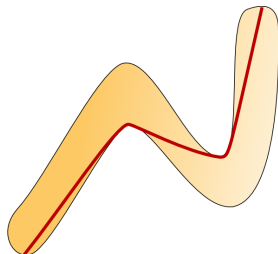
## Attributs géodésiques

- soit  $X$  une composante connexe ;
- soit deux points  $x, y \in X$  :  $d_X(x,y)$  est un arc géodésique ;
- la longueur du plus grand chemin partant de  $x$  :  $l_x(X) = \sup_{y \in X} d_X(x,y)$  ;



## Attributs géodésiques

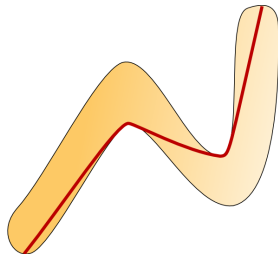
- soit  $X$  une composante connexe ;
- soit deux points  $x, y \in X$  :  $d_X(x, y)$  est un arc géodésique ;
- la longueur du plus grand chemin partant de  $x$  :  $l_x(X) = \sup_{y \in X} d_X(x, y)$  ;
- le **diamètre géodésique [1, 2]** définit la longueur de l'objet par  $L_g = \sup_{x \in X} l_x(X)$ .



[1] C. Lantuejoul and S. Beucher. On the use of the geodesic metric in image analysis. Journal of Microscopy, 121(1) :39-49, 1981  
[2] C. Lantuéjoul and F. Maisonneuve. Geodesic methods in quantitative image analysis. Pattern Recognition, 17(2) :177-187, 1984

## Attributs géodésiques

- soit  $X$  une composante connexe ;
- soit deux points  $x, y \in X$  :  $d_X(x, y)$  est un arc géodésique ;
- la longueur du plus grand chemin partant de  $x$  :  $l_x(X) = \sup_{y \in X} d_X(x, y)$  ;
- le **diamètre géodésique** [1, 2] définit la longueur de l'objet par  $L_g = \sup_{x \in X} l_x(X)$ .



### Elongation

$$E(X) = \frac{\pi L_g^2(X)}{4S(X)} \quad (19)$$

### Circularité

$$C(X) = \frac{1}{E(X)} \quad (20)$$

### Tortuosité

$$T(X) = \frac{L_g(X)}{L_{Eucl}(X)} \quad (21)$$

[1] C. Lantuejoul and S. Beucher. On the use of the geodesic metric in image analysis. Journal of Microscopy, 121(1) :39-49, 1981

[2] C. Lantuéjoul and F. Maisonneuve. Geodesic methods in quantitative image analysis. Pattern Recognition, 17(2) :177-187, 1984

- └ Apports méthodologiques en traitement d'images
- └ Amincissement par attributs géodésiques

## Nouvel attribut : le diamètre barycentrique

### Objectif de cet attribut

Fournir une mesure similaire au diamètre géodésique beaucoup plus rapidement.

## Nouvel attribut : le diamètre barycentrique

### Objectif de cet attribut

Fournir une mesure similaire au diamètre géodésique beaucoup plus rapidement.

Soit  $y_1$  et  $y_2$  les extrémités de  $X$  :  $Lg(X) = d_X(y_1, y_2)$ .

Avec l'inégalité triangulaire,  $\forall x \in X$  :

$$d_X(y_1, y_2) \leq d_X(y_1, x) + d_X(x, y_2) \Rightarrow Lg(X) \geq l_x(X) \geq \frac{Lg(X)}{2} \quad (22)$$



## Nouvel attribut : le diamètre barycentrique

### Objectif de cet attribut

Fournir une mesure similaire au diamètre géodésique beaucoup plus rapidement.

Soit  $y_1$  et  $y_2$  les extrémités de  $X$  :  $Lg(X) = d_X(y_1, y_2)$ .

Avec l'inégalité triangulaire,  $\forall x \in X$  :

$$d_X(y_1, y_2) \leq d_X(y_1, x) + d_X(x, y_2) \Rightarrow Lg(X) \geq l_x(X) \geq \frac{Lg(X)}{2} \quad (22)$$

Soit  $Y = \{y \mid y \in X, d_X(x, y) = l_x(X)\}$ .

On peut donc introduire la distance géodésique maximale itérée partant de  $x$  :

$$l_x^2(X) = \sup_{y \in Y} l_y(X). \quad (23)$$

## Nouvel attribut : le diamètre barycentrique

### Objectif de cet attribut

Fournir une mesure similaire au diamètre géodésique beaucoup plus rapidement.

Soit  $y_1$  et  $y_2$  les extrémités de  $X$  :  $Lg(X) = d_X(y_1, y_2)$ .

Avec l'inégalité triangulaire,  $\forall x \in X$  :

$$d_X(y_1, y_2) \leq d_X(y_1, x) + d_X(x, y_2) \Rightarrow Lg(X) \geq l_x(X) \geq \frac{Lg(X)}{2} \quad (22)$$

Soit  $Y = \{y \mid y \in X, d_X(x, y) = l_x(X)\}$ .

On peut donc introduire la distance géodésique maximale itérée partant de  $x$  :

$$l_x^2(X) = \sup_{y \in Y} l_y(X). \quad (23)$$

On peut montrer que :

$$Lg(X) \geq l_x^n(X) \geq l_x^{n-1}(X) \geq \frac{Lg(X)}{2}. \quad (24)$$

## Comment choisir le nombre d'itérations et le point initial ?

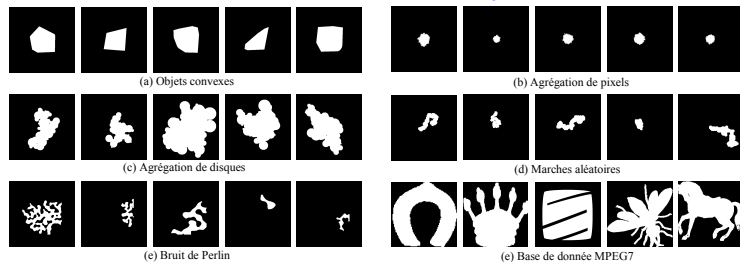


FIGURE: Base de données de 51400 objets binaires

## Comment choisir le nombre d'itérations et le point initial ?

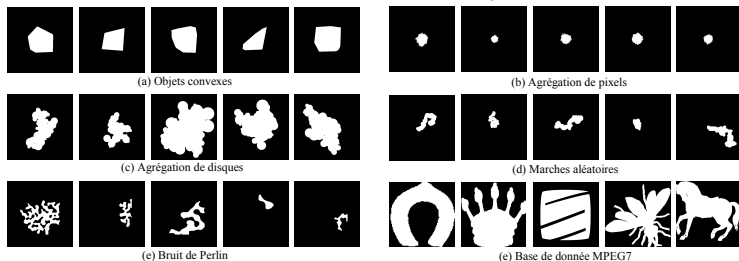


FIGURE: Base de données de 51400 objets binaires

- **Nombre de propagations** : 2
- **Point initial** : le point le plus éloigné (distance euclidienne) du barycentre de l'objet

Erreur moyenne / écart type / maximale :  
0,23% / 0,86% / 20,36%

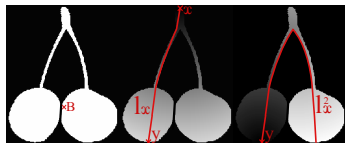
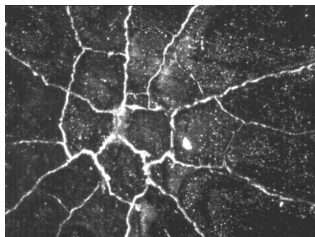


FIGURE: Fonctionnement du **diamètre barycentrique** avec deux propagations

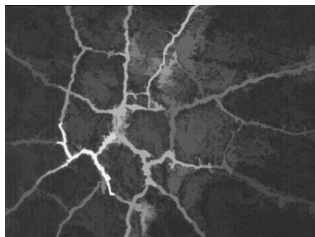
## Résultats sur des images en niveaux de gris



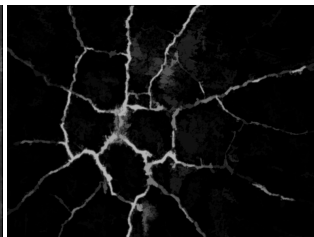
(a) Image initiale

- └ Apports méthodologiques en traitement d'images
- └ Amincissement par attributs géodésiques

## Résultats sur des images en niveaux de gris



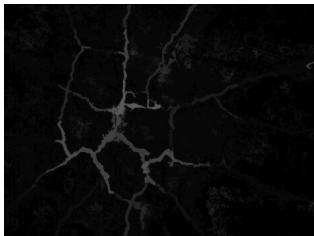
(a)  $L_g \geq 220$



(b)  $E \geq 4$

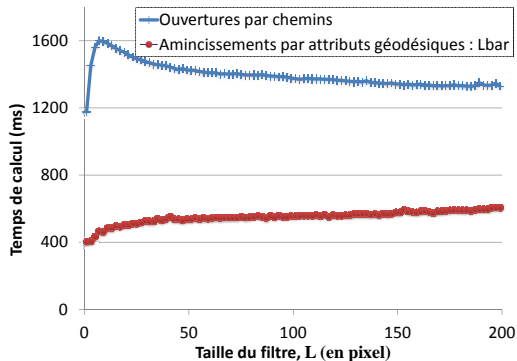


(c)  $C \geq 0,5$



(d)  $T \geq 1,1$

## Temps de calcul en fonction de $L$



**FIGURE:** Benchmark entre les **ouvertures par chemins** et les **amincissements par attribut de longueur** (diamètre barycentrique)

## Bilan des amincissements par attributs géodésiques

### Avantages

- mesure la longueur de structures **tortueuses** ;
- **diamètre barycentrique** ;
- **plus rapide** que les ouvertures par chemins ;
- critères basés sur l'**élongation**, la **circularité** ou la **tortuosité** ;
- extension à l'**axe médian** et la distance géodésique **généralisée** [1].

### Inconvénients

- **plus lent** que les ouvertures parcimonieuses par chemins ;
- **robustesse au bruit** (connectivité de seconde génération [2, 3]).

[1] **P. Soille**. Generalized geodesic distances applied to interpolation and shape description. ISMM pages 193-200, 1994

[2] **U.M. Braga-Neto and J. Goutsias**. A theoretical tour of connectivity in image processing and analysis. Journal of Mathematical Imaging and Vision, 19(1) :5-31, 2003

[3] **G.K. Ouzounis and M.H.F. Wilkinson**. Mask-based second-generation connectivity and attribute filters. Pattern Analysis and Machine Intelligence IEEE transactions on, pages 990-1004, 2007



## Plan de la présentation

- 1 Contexte industriel et introduction à la détection des éléments fins
  - Projet TOCATA
  - Détection des éléments fins
- 2 Apports méthodologiques en traitement d'images
  - Ouverture 1-D en temps constant par pixel
  - Ouverture parcimonieuse par chemins
  - Amincissement par attributs géodésiques
- 3 Apport méthodologique en analyse statistique
  - AdaCOS
- 4 Résultats applicatifs
- 5 Conclusions

## Plan de la présentation

- 1 Contexte industriel et introduction à la détection des éléments fins
  - Projet TOCATA
  - Détection des éléments fins
- 2 Apports méthodologiques en traitement d'images
  - Ouverture 1-D en temps constant par pixel
  - Ouverture parcimonieuse par chemins
  - Amincissement par attributs géodésiques
- 3 Apport méthodologique en analyse statistique
  - AdaCOS
- 4 Résultats applicatifs
- 5 Conclusions

## Analyse statistique : *Adaptive COefficient Shrinkage* (AdaCOS)

### Objectifs de la régression AdaCOS

- méthode de **classement** (prédiction) ;
- combine plusieurs filtres pour détecter les éléments fins ;
- régression parcimonieuse ;
- minimise les temps de calcul.

### Notations

- $N$  : nombre d'instances ;
- $p$  : nombre de descripteurs ;
- $X$  : variable d'entrée, matrice de taille  $N \times p$  ;
- $Y$  : variable de sortie quantitative,  $\hat{Y}$  prédictions ;

## Régression linéaire

On standardise la matrice  $X$ <sup>1</sup>

Modèle linéaire :  $\hat{y} = \mathbf{X}\hat{B}$ , avec  $\hat{B}$  un vecteur de taille  $p$

Minimisation de l'erreur quadratique, *Ordinary least square* (OLS) :

$$\hat{B}^{OLS} = \underset{B}{\operatorname{argmin}} \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2 = \underset{B}{\operatorname{argmin}} (\mathbf{y} - \mathbf{X}B)^T (\mathbf{y} - \mathbf{X}B). \quad (25)$$

---

1. Standardisation : la valeur moyenne et l'écart type de chaque colonne est égale à 0 et 1 respectivement

## Régression linéaire

On standardise la matrice  $X$ <sup>1</sup>

Modèle linéaire :  $\hat{y} = \mathbf{X}\hat{B}$ , avec  $\hat{B}$  un vecteur de taille  $p$

Minimisation de l'erreur quadratique, *Ordinary least square* (OLS) :

$$\hat{B}^{OLS} = \underset{B}{\operatorname{argmin}} \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2 = \underset{B}{\operatorname{argmin}} (\mathbf{y} - \mathbf{X}B)^T (\mathbf{y} - \mathbf{X}B). \quad (25)$$

On dérive l'équation 25 :

$$\frac{d((\mathbf{y} - \mathbf{X}B)^T (\mathbf{y} - \mathbf{X}B))}{dB} = -2\mathbf{X}^T (\mathbf{y} - \mathbf{X}B). \quad (26)$$

On obtient une solution analytique unique :

$$Eq. 26 = 0 \Leftrightarrow \hat{B}^{OLS} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{y}, \quad (27)$$

---

1. Standardisation : la valeur moyenne et l'écart type de chaque colonne est égale à 0 et 1 respectivement

## Régression linéaire pénalisée : Ridge (A.Hoerl, R.Kennard. [Ridge regression. : Biased estimation for nonorthogonal problems](#), 1970)

Ajout d'une contrainte  $L_2$  sur les  $B$  :

$$\hat{B}^{Ridge} = \underset{B}{\operatorname{argmin}} \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2 \text{ avec } \sum_{j=1}^p (B_j)^2 \leq s \Leftrightarrow \hat{B}^{Ridge} = \underset{B}{\operatorname{argmin}} (\mathbf{y} - \mathbf{XB})^T (\mathbf{y} - \mathbf{XB}) + \lambda \mathbf{B}^T \mathbf{B} \quad (28)$$

On obtient une solution analytique unique :

$$\hat{B}^{Ridge} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X} + \lambda \mathbf{I})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{y}. \quad (29)$$

## Régression linéaire pénalisée : Ridge (A.Hoerl, R.Kennard. [Ridge regression : Biased estimation for nonorthogonal problems](#), 1970)

Ajout d'une contrainte  $L_2$  sur les  $B$  :

$$\hat{B}^{Ridge} = \underset{B}{\operatorname{argmin}} \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2 \text{ avec } \sum_{j=1}^p (B_j)^2 \leq s \Leftrightarrow \hat{B}^{Ridge} = \underset{B}{\operatorname{argmin}} (\mathbf{y} - \mathbf{XB})^T (\mathbf{y} - \mathbf{XB}) + \lambda \mathbf{B}^T \mathbf{B} \quad (28)$$

On obtient une solution analytique unique :

$$\hat{B}^{Ridge} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X} + \lambda \mathbf{I})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{y}. \quad (29)$$

## Régression linéaire pénalisée : Lasso (R.Tibshirani. [Regression shrinkage and selection via the lasso](#), 1993)

Ajout d'une contrainte  $L_1$  sur les  $B$  :

$$\hat{B}^{Lasso} = \underset{B}{\operatorname{argmin}} \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2 \text{ avec } \sum_{j=1}^p |B_j| \leq s, \quad (30)$$

### Conséquence de cette pénalisation :

- rend les solutions non linéaires avec les  $y_i \rightarrow$  optimisation convexe ;
- impose certains coefficients à être exactement égaux à 0  $\rightarrow$  **sélection de variables continue.**

## Chemins de régularisation

Illustration sur la base de données *Diabète* :  $N = 440$  et  $p = 10$ , pour prédire l'évolution de la maladie en fonction des valeurs des 10 descripteurs.

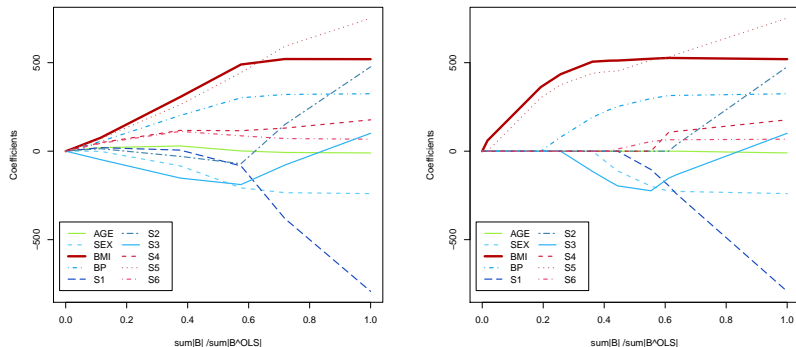


FIGURE: Chemins de régularisation de la régression Ridge et Lasso.



## Présentation de la régression AdaCOS

### Idée fondatrice :

- Pénaliser différemment chaque descripteur pour minimiser une fonction de coût  
→ **Pénalisation adaptative.**
- Cette fonction de coût (externe) peut être le **prix** où le **temps de calcul** pour obtenir chaque descripteur.

## Présentation de la régression AdaCOS

### Idée fondatrice :

- Pénaliser différemment chaque descripteur pour minimiser une fonction de coût  
→ **Pénalisation adaptative**.
- Cette fonction de coût (externe) peut être le **prix** où le **temps de calcul** pour obtenir chaque descripteur.

Soit  $\alpha_1 \dots \alpha_p$  les pénalisations de chaque descripteur. On normalise les  $\alpha_j$  :

$$w_j = \left( 1 + \frac{\alpha_j}{\sum_{k=0}^p \alpha_k} \right)^\gamma, \quad (31)$$

$$\hat{B}^{AdaCOS} = \underset{B}{\operatorname{argmin}} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \text{ avec } \sum_{j=1}^p w_j (B_j)^2 \leq s \Leftrightarrow \hat{B}^{AdaCOS} = \underset{B}{\operatorname{argmin}} (\mathbf{y} - \mathbf{XB})^T (\mathbf{y} - \mathbf{XB}) + \lambda B^T \mathbf{WB} \quad (32)$$

$$\frac{d(\mathbf{y} - \mathbf{XB})^T (\mathbf{y} - \mathbf{XB}) + \lambda B^T \mathbf{WB}}{dB} = -2\mathbf{X}^T (\mathbf{y} - \mathbf{XB}) + \lambda (\mathbf{W} + \mathbf{W}^T) B. \quad (33)$$

$$\text{Eq. 33} = 0 \Leftrightarrow \hat{B}^{AdaCOS} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X} + \lambda \mathbf{W})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{y}. \quad (34)$$

## Chemins de régularisation AdaCOS

$$\gamma = 0 \Rightarrow \forall j, 1 \leq j \leq p, w_j = 1 \Rightarrow B^{AdaCos} = B^{Ridge}$$

**AdaCos est une généralisation de la régression Ridge.**

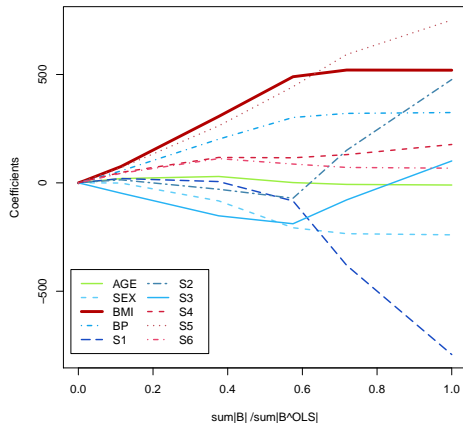


FIGURE: Chemins de régularisation de la régression AdaCos :  $\gamma = 0$ .

## Chemins de régularisation AdaCOS

$$\gamma = 0 \Rightarrow \forall j, 1 \leq j \leq p, w_j = 1 \Rightarrow B^{AdaCos} = B^{Ridge}$$

**AdaCos est une généralisation de la régression Ridge.**

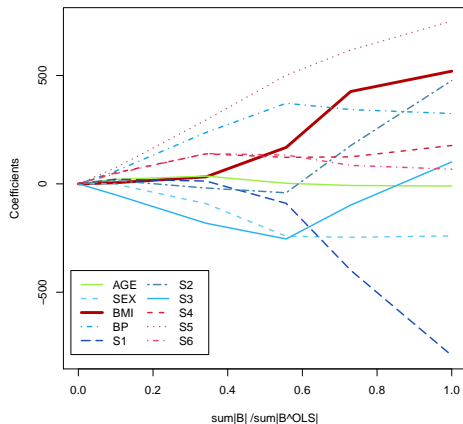


FIGURE: Chemins de régularisation de la régression AdaCos :  $\gamma = 2$ .

## Chemins de régularisation AdaCOS

$$\gamma = 0 \Rightarrow \forall j, 1 \leq j \leq p, w_j = 1 \Rightarrow B^{AdaCos} = B^{Ridge}$$

**AdaCos est une généralisation de la régression Ridge.**

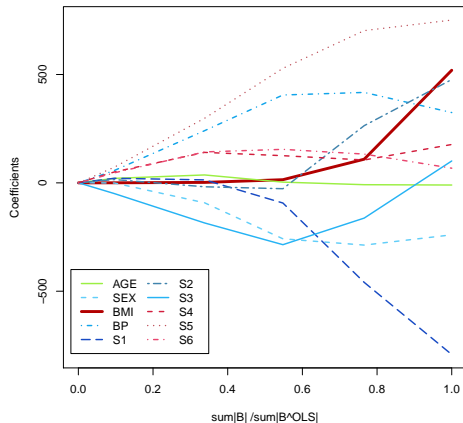


FIGURE: Chemins de régularisation de la régression AdaCos :  $\gamma = 4$ .

## Chemins de régularisation AdaCOS

$$\gamma = 0 \Rightarrow \forall j, 1 \leq j \leq p, w_j = 1 \Rightarrow B^{AdaCos} = B^{Ridge}$$

**AdaCos est une généralisation de la régression Ridge.**

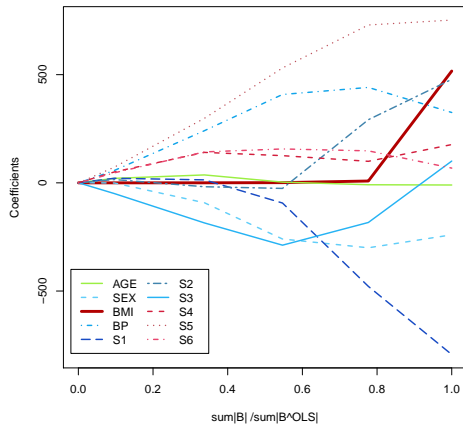


FIGURE: Chemins de régularisation de la régression AdaCos :  $\gamma = 6$ .

## Chemins de régularisation AdaCOS Lasso

$$\gamma = 0 \Rightarrow \forall j, 1 \leq j \leq p, w_j = 1 \Rightarrow B^{AdaCosLasso} = B^{Lasso}$$

**AdaCos Lasso est une généralisation de la régression Lasso.**

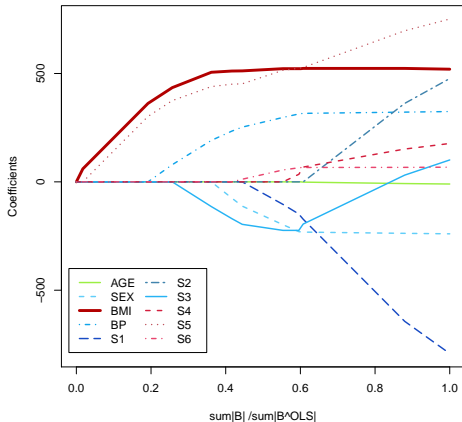


FIGURE: Chemins de régularisation de la régression AdaCos Lasso :  $\gamma = 0$ .

## Chemins de régularisation AdaCOS Lasso

$$\gamma = 0 \Rightarrow \forall j, 1 \leq j \leq p, w_j = 1 \Rightarrow B^{AdaCosLasso} = B^{Lasso}$$

**AdaCos Lasso est une généralisation de la régression Lasso.**

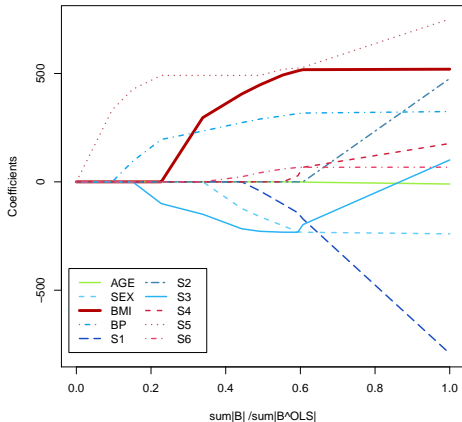


FIGURE: Chemins de régularisation de la régression AdaCos Lasso :  $\gamma = 1$ .



## Chemins de régularisation AdaCOS Lasso

$$\gamma = 0 \Rightarrow \forall j, 1 \leq j \leq p, w_j = 1 \Rightarrow B^{AdaCosLasso} = B^{Lasso}$$

**AdaCos Lasso est une généralisation de la régression Lasso.**

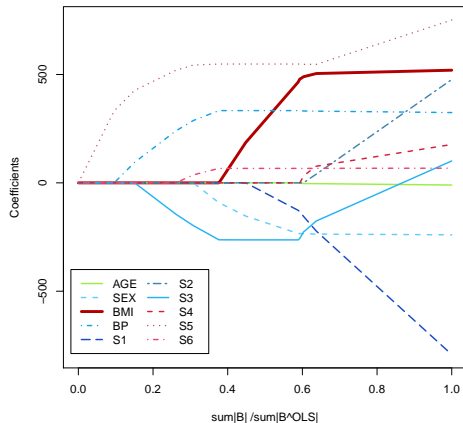


FIGURE: Chemins de régularisation de la régression AdaCos Lasso :  $\gamma = 2$ .

## Chemins de régularisation AdaCOS Lasso

$$\gamma = 0 \Rightarrow \forall j, 1 \leq j \leq p, w_j = 1 \Rightarrow B^{AdaCosLasso} = B^{Lasso}$$

**AdaCos Lasso est une généralisation de la régression Lasso.**

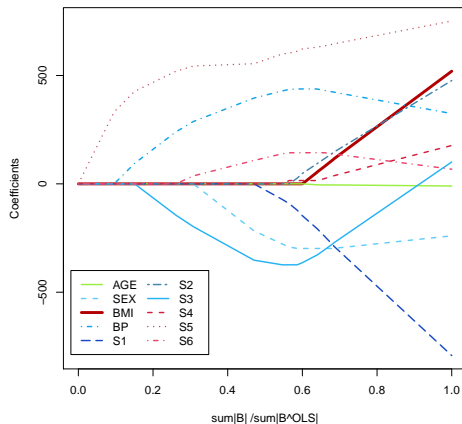


FIGURE: Chemins de régularisation de la régression AdaCos Lasso :  $\gamma = 6$ .

## Résultats : minimisation du prix

- On fixe des prix pour les 10 descripteurs :

$$\begin{aligned} \alpha_{AGE} &= 0\text{€}, \alpha_{SEX} = 0\text{€}, \\ \alpha_{BP} &= 30\text{€}, \alpha_{BMI} = 30\text{€}, \\ \alpha_{S1} &= 100\text{€}, \alpha_{S2} = 100\text{€}, \\ \alpha_{S3} &= 100\text{€}, \alpha_{S4} = 100\text{€}, \\ \alpha_{S5} &= 100\text{€}, \alpha_{S6} = 100\text{€}. \end{aligned}$$

- On ajoute une contrainte de coût de 200€ à ne pas dépasser.

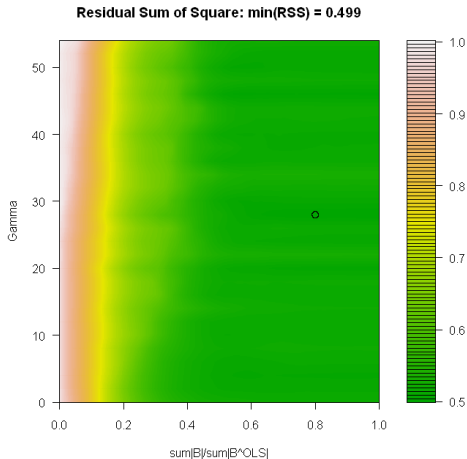


FIGURE: Erreur quadratique moyenne normalisée (cross validation *K-fold*)

## Résultats : minimisation du prix

- On fixe des prix pour les 10 descripteurs :

$$\begin{aligned} \alpha_{AGE} &= 0\text{€}, \alpha_{SEX} = 0\text{€}, \\ \alpha_{BP} &= 30\text{€}, \alpha_{BMI} = 30\text{€}, \\ \alpha_{S1} &= 100\text{€}, \alpha_{S2} = 100\text{€}, \\ \alpha_{S3} &= 100\text{€}, \alpha_{S4} = 100\text{€}, \\ \alpha_{S5} &= 100\text{€}, \alpha_{S6} = 100\text{€}. \end{aligned}$$

- On ajoute une contrainte de coût de 200€ à ne pas dépasser.

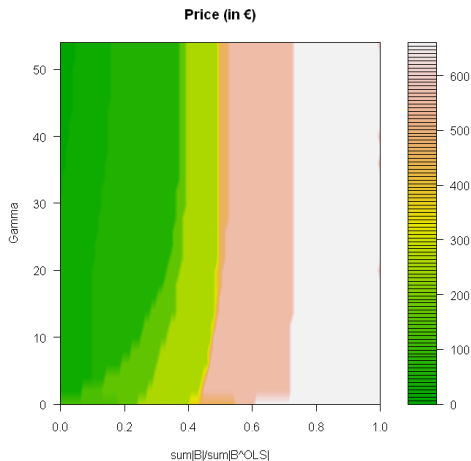


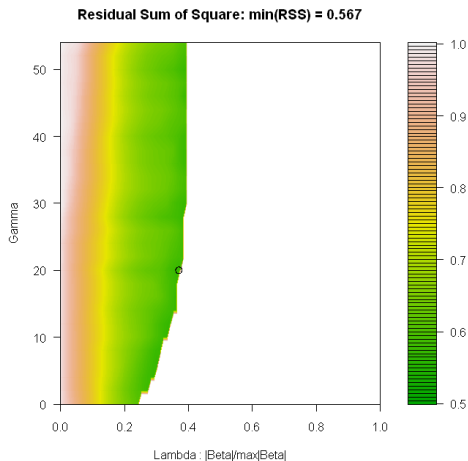
FIGURE: Prix total d'un test

## Résultats : minimisation du prix

- On fixe des prix pour les 10 descripteurs :

$$\begin{aligned} \alpha_{AGE} &= 0\text{€}, \alpha_{SEX} = 0\text{€}, \\ \alpha_{BP} &= 30\text{€}, \alpha_{BMI} = 30\text{€}, \\ \alpha_{S1} &= 100\text{€}, \alpha_{S2} = 100\text{€}, \\ \alpha_{S3} &= 100\text{€}, \alpha_{S4} = 100\text{€}, \\ \alpha_{S5} &= 100\text{€}, \alpha_{S6} = 100\text{€}. \end{aligned}$$

- On ajoute une contrainte de coût de 200€ à ne pas dépasser.



**FIGURE:** Erreur quadratique moyenne normalisée pour les combinaisons de descripteurs respectant la contrainte de 200€.

## Bilan de la méthode AdaCOS

### Avantages

- minimise une fonction de **coût** dans le calcul de la régression ;
- **résultats parcimonieux** ;
- régression AdaCOS avec des algorithmes efficaces **LARS** [1], **GLMNET** [2] (en normalisant la matrice  $X$ ) ;
- régression linéaire, régression logistique.

### Inconvénient

- deux paramètres à déterminer  $\lambda$  et  $\gamma$ .

[1] **B. Efron, T. Hastie, I. Johnstone, and R. Tibshirani.** Least angle regression. Annals of Statistics, 32(2) :407-451, 2004

[2] **J. Friedman, T. Hastie, and R. Tibshirani.** Regularization paths for generalized linear models via coordinate descent. Journal of Statistical Software, 33(1) :1-22, 2010

## Plan de la présentation

- 1 Contexte industriel et introduction à la détection des éléments fins
  - Projet TOCATA
  - Détection des éléments fins
- 2 Apports méthodologiques en traitement d'images
  - Ouverture 1-D en temps constant par pixel
  - Ouverture parcimonieuse par chemins
  - Amincissement par attributs géodésiques
- 3 Apport méthodologique en analyse statistique
  - AdaCOS
- 4 Résultats applicatifs
- 5 Conclusions

## Résultats : projet TOCATA

Projet confidentiel



## Résultats : projet Colas



FIGURE: Dispositif contrôlant la chaussée

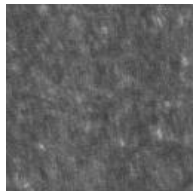


FIGURE: Les descripteurs sont calculés sur des images de taille 100 par 100 pixels

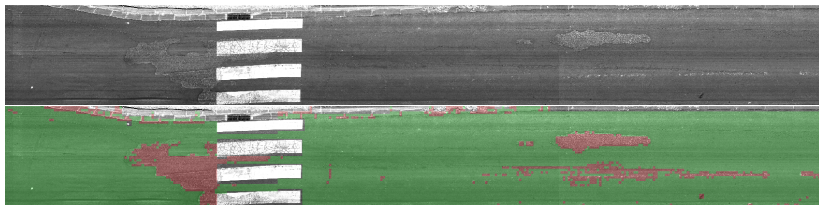


FIGURE: Contrôle non destructif de la texture de la route

## Résultats : projet L'Oréal



FIGURE: Imagerie 3-D non destructive (*in vivo*)

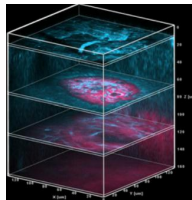
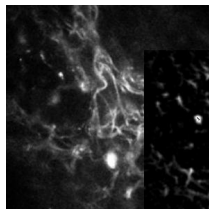
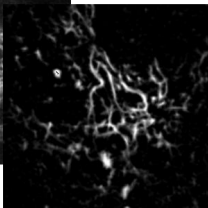


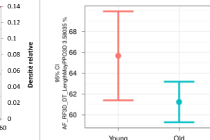
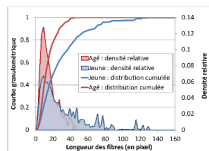
FIGURE: Images 3-D



Coupe d'une image 3-D



Rehaussement 3-D



Caractérisation 3-D

FIGURE: Les fibres du derme de la peau sont isolées et caractérisées

## Plan de la présentation

- 1 Contexte industriel et introduction à la détection des éléments fins
  - Projet TOCATA
  - Détection des éléments fins
- 2 Apports méthodologiques en traitement d'images
  - Ouverture 1-D en temps constant par pixel
  - Ouverture parcimonieuse par chemins
  - Amincissement par attributs géodésiques
- 3 Apport méthodologique en analyse statistique
  - AdaCOS
- 4 Résultats applicatifs
- 5 **Conclusions**

## Conclusions : contributions méthodologiques principales

### Détection des éléments fins

- **structures rectilignes** : algorithme rapide pour les ouvertures 1-D, les granulométries 1-D et les arbres de composantes connexes 1-D ;
- **structures de tortuosité modérée** : PPO avec des chemins complets et incomplets, indépendant des paramètres de taille de l'opérateur et plus rapide de plusieurs ordres de grandeurs que les PO ;
- **structures de tortuosité quelconque** : amincissements par attributs géodésiques et conception d'un attribut pour accélérer le traitement : le diamètre barycentrique.

### Analyse statistique : AdaCOS

- **Combinaison astucieuses des descripteurs** : méthode permettant de minimiser une fonction coût pendant la création d'un modèle statistique parcimonieux.

L'association entre le traitement d'images et les outils statistiques est prometteur

→ **solutions applicatives robustes et génériques**

## Conclusions : autres contributions

### Contributions applicatives

- **Projet TOCATA** : méthode générique pour la détection des défauts de surface par traitement d'images et analyse statistique.
- **Projet Colas** : association du traitement d'images avec des méthodes statistiques (supervisées et non supervisées) pour réaliser des contrôles non destructifs de la texture des routes.
- **Projet L'Oréal** : caractérisation des fibres du derme de la peau humaine avec des méthodes géodésiques et à base de squelette. Une analyse statistique est réalisée pour extraire les descripteurs significatifs.

### Contributions logicielles

- création d'interfaces homme-machine pour utiliser simplement les outils développés dans le cadre des projets TOCATA et Colas ;
- contributions à la librairie de traitement d'images du CMM (Haralick, Gabor, éléments fins, Freefft, adaptiveSE, FastRankFilter, FastAreaOpening, FastLine, NoiseReduction, OptimalEdgeDetection...).

## Perspectives

### Perspectives

- calculer des ouvertures de rang maximal en temps constant par pixel sur un signal 1D (**robuste aux bruits**) ;
- ouverture de rang maximal par chemins parcimonieux (**robuste aux bruits**) ;
- *difference of gaussians* parcimonieux par chemins (**accélérer le traitement**) ;
- filtres de Gabor parcimonieux par chemins (**accélérer le traitement**) ;
- calculer le pattern spectrum avec des PPO sans calculer la succession des ouvertures (**accélérer le traitement**) ;
- morphologie adaptative : analyse des zones quasi-plates.

## Publications au cours de cette thèse

### Journaux :

- [1] **V. Morard, E. Decencière, and P. Dokládál.** Efficient geodesic attribute thinnings based on the barycentric diameter. Journal of Mathematical Imaging and Vision, 2012
- [2] **V. Morard, P. Dokládál, and E. Decencière.** One-dimensional openings, granulometries and component trees in  $O(1)$  per pixel. IEEE Journal of Selected Topics in Images Processing, 2012
- [3] **P. Karas, V. Morard, J. Bartovsky, T. Grandpierre, E. Dokládálová, P. Matula, and P. Dokládál.** GPU implementation of linear morphological openings with arbitrary angle. Journal of Real-Time Image Processing, 2012

### Conférences :

- [4] **T. Baldeweck, E. Tancrede-Bohin, P. Dokládál, S. Koudoro, V. Morard, F. Meyer, E. Decencière, and A.M. Pena.** Imagerie multiphoton de la peau humaine in vivo. In Diagnostic et imagerie optique en médecine, 2012
- [5] **T. Baldeweck, E. Tancrede-Bohin, P. Dokládál, S. Koudoro, V. Morard, F. Meyer, E. Decencière, and A.M. Pena.** In vivo multiphoton microscopy associated to 3D image processing for human skin characterization. In Multiphoton Microscopy in the Biomedical Sciences, Photonics West, 2012.
- [6] **V. Morard, E. Decencière, and P. Dokládál.** Region growing structuring elements and new operators based on their shape. In Signal and Image Processing, International Conference on, ACTA Press, 2011
- [7] **V. Morard, E. Decencière, and P. Dokládál.** Geodesic attributes thinnings and thickenings. ISMM pages 200-211. Springer-Verlag, 2011
- [8] **V. Morard, P. Dokládál, and E. Decencière.** Linear openings in arbitrary orientation in  $O(1)$  per pixel. ICASSP, IEEE International Conference on, 2011
- [9] **V. Morard, E. Decencière, and P. Dokládál.** Characterization of 3D fibrous media with geodesic methods. In 3-D Microstructure Meeting, 2011
- [10] **V. Morard, E. Decencière, and P. Dokládál.** Méthodes géométriques pour la caractérisation des milieux fibreux. In 34ème journée ISS France, 2011

### Brevet :

- [11] **T. Baldeweck, A.M. Pena, E. Tancrede-Bohin, E. Decencière, P. Dokládál, S. Koudoro, V. Morard, and F. Meyer.** Procédé pour caractériser l'épiderme et le derme à partir d'images multiphoton tridimensionnelles in vivo de la peau. Brevet, 1161616. 12 2011

## Annexes

- Suppléments sur les ouvertures 1D
  - Pseudo code
  - Temps de calcul des ouvertures 1-D
  - Temps de calcul des granulométries 1-D
- Suppléments sur les ouvertures parcimonieuses par chemins
  - Construction d'un chemin  $\beta$ MP
  - Résultat sur des fissures de routes
  - Temps de calcul des PPO en fonction de la taille de l'image
  - Influence des paramètres  $\beta$ ,  $k$  et  $tol$  sur les temps de calcul
  - Invariance par rotation
  - Granulométrie sur un modèle aléatoire
  - Granulométrie sur une image 3-D
  - Précision des ouvertures parcimonieuses par chemins
- Suppléments sur les amincissements par attributs géodésiques
  - Diamètre barycentrique : convergence
  - Axe médian
  - Sensibilité de l'axe médian aux changements de topologie

[▸ ici](#)[▸ ici](#)[▸ ici](#)[▸ ici](#)[▸ ici](#)[▸ ici](#)[▸ ici](#)[▸ ici](#)[▸ ici](#)[▸ ici](#)[▸ ici](#)[▸ ici](#)[▸ ici](#)[▸ ici](#)



## Pseudo code des ouvertures 1-D

**Algorithme** : Process\_a\_pixel(k, rp, Stack, Out)

- 1: if Stack.empty() or k > Stack.top().k then
- 2: Stack.push(k, rp, false)
- 3: else
- 4: While k < Stack.top().k do
- 5: cordOut = Stack.pop()
- 6: if cordOut.Passed or rp-cordOut.sp ≥ L then
- 7: WriteCords(k, rp, Stack, Out, cordOut)
- 8: Stack.push(k, rp, true)
- 9: break
- 10: else if Stack.empty() or k > Stack.top().k then
- 11: Stack.push(k, cordOut.StartPos, false)
- 12: break
- 13: end if
- 14: end while
- 15: end if

k	sp
passed	



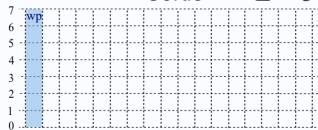
2	1
0	

LIFO

Entrée



Sortie L = 3



↳ retour

## Pseudo code des ouvertures 1-D

**Algorithme** : Process\_a\_pixel(k, rp, Stack, Out)

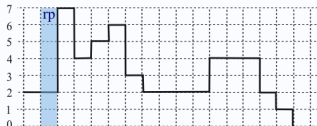
- 1: if Stack.empty() or k > Stack.top().k then
- 2: Stack.push(k, rp, false)
- 3: else
- 4: While k < Stack.top().k do
- 5: cordOut = Stack.pop()
- 6: if cordOut.Passed or rp-cordOut.sp ≥ L then
- 7: WriteCords(k, rp, Stack, Out, cordOut)
- 8: Stack.push(k, rp, true)
- 9: break
- 10: else if Stack.empty() or k > Stack.top().k then
- 11: Stack.push(k, cordOut.StartPos, false)
- 12: break
- 13: end if
- 14: end while
- 15: end if

k	sp
passed	

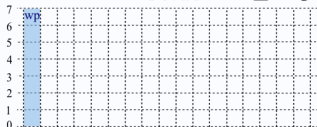
2	1
0	

LIFO

Entrée



Sortie L = 3



```

└┐: euq !!
└┐: euq wjllj
└┐: euq !!

```

[▶ retour](#)

## Pseudo code des ouvertures 1-D

**Algorithme** : Process\_a\_pixel(k, rp, Stack, Out)

```

1: if Stack.empty() or k > Stack.top().k then
2:   Stack.push(k, rp, false)
3: else
4:   While k < Stack.top().k do
5:     cordOut = Stack.pop()
6:     if cordOut.Passed or rp-cordOut.sp ≥ L then
7:       WriteCords(k, rp, Stack, Out, cordOut)
8:       Stack.push(k, rp, true)
9:       break
10:    else if Stack.empty() or k > Stack.top().k then
11:      Stack.push(k, cordOut.StartPos, false)
12:      break
13:    end if
14:  end while
15: end if
  
```

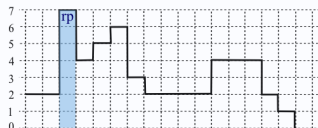
k sp  
passed



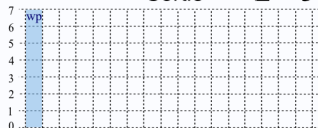
7	3
0	
2	1
0	

LIFO

Entrée



Sortie L = 3



└ retour

## Pseudo code des ouvertures 1-D

**Algorithme** : Process\_a\_pixel(k, rp, Stack, Out)

- 1: if Stack.empty() or k > Stack.top().k then
- 2: Stack.push(k, rp, false)
- 3: else
- 4: While k < Stack.top().k do
- 5: cordOut = Stack.pop()
- 6: if cordOut.Passed or rp-cordOut.sp ≥ L then
- 7: WriteCords(k, rp, Stack, Out, cordOut)
- 8: Stack.push(k, rp, true)
- 9: break
- 10: else if Stack.empty() or k > Stack.top().k then
- 11: Stack.push(k, cordOut.StartPos, false)
- 12: break
- 13: end if
- 14: end while
- 15: end if

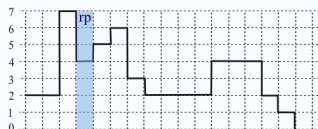
k	sp
passed	



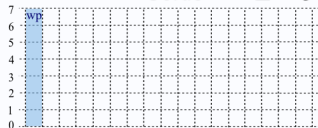
4	3
0	
2	1
0	

LIFO

Entrée



Sortie L = 3



└ retour

## Pseudo code des ouvertures 1-D

**Algorithme** : Process\_a\_pixel(k, rp, Stack, Out)

- 1: if Stack.empty() or k > Stack.top().k then
- 2: Stack.push(k, rp, false)
- 3: else
- 4: While k < Stack.top().k do
- 5: cordOut = Stack.pop()
- 6: if cordOut.Passed or rp - cordOut.sp ≥ L then
- 7: WriteCords(k, rp, Stack, Out, cordOut)
- 8: Stack.push(k, rp, true)
- 9: break
- 10: else if Stack.empty() or k > Stack.top().k then
- 11: Stack.push(k, cordOut.StartPos, false)
- 12: break
- 13: end if
- 14: end while
- 15: end if

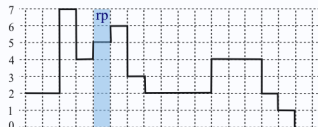
k	sp
passed	



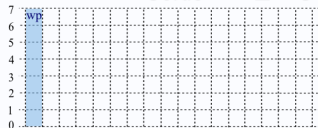
5	4
0	
4	3
0	
2	1
0	

LIFO

Entrée



Sortie L = 3



```

└┘: euq !!
└┘: euq wjllj
└┘: euq !!

```

[▶ retour](#)

## Pseudo code des ouvertures 1-D

**Algorithme** : Process\_a\_pixel(k, rp, Stack, Out)

- 1: if Stack.empty() or k > Stack.top().k then
- 2: Stack.push(k, rp, false)
- 3: else
- 4: While k < Stack.top().k do
- 5: cordOut = Stack.pop()
- 6: if cordOut.Passed or rp - cordOut.sp ≥ L then
- 7: WriteCords(k, rp, Stack, Out, cordOut)
- 8: Stack.push(k, rp, true)
- 9: break
- 10: else if Stack.empty() or k > Stack.top().k then
- 11: Stack.push(k, cordOut.StartPos, false)
- 12: break
- 13: end if
- 14: end while
- 15: end if

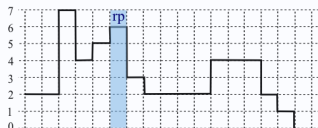
k sp
passed



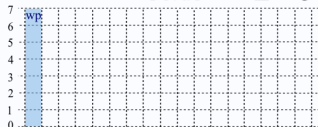
6	5
0	
5	4
0	
4	3
0	
2	1
0	

LIFO

Entrée



Sortie L = 3



```

end if
end while
end if

```

▶ retour

## Pseudo code des ouvertures 1-D

**Algorithme** : Process\_a\_pixel(k, rp, Stack, Out)

- 1: if Stack.empty() or k > Stack.top().k then
- 2: Stack.push(k, rp, false)
- 3: else
- 4: While k < Stack.top().k do
- 5: cordOut = Stack.pop()
- 6: if cordOut.Passed or rp - cordOut.sp ≥ L then
- 7: WriteCords(k, rp, Stack, Out, cordOut)
- 8: Stack.push(k, rp, true)
- 9: break
- 10: else if Stack.empty() or k > Stack.top().k then
- 11: Stack.push(k, cordOut.StartPos, false)
- 12: break
- 13: end if
- 14: end while
- 15: end if

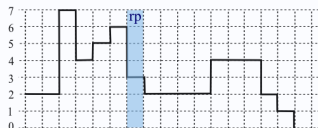
k sp  
passed



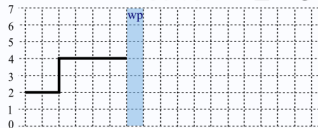
7 1  
1

LIFO

Entrée



Sortie L = 3



└ retour

## Pseudo code des ouvertures 1-D

**Algorithme** : Process\_a\_pixel(k, rp, Stack, Out)

- 1: if Stack.empty() or k > Stack.top().k then
- 2: Stack.push(k, rp, false)
- 3: else
- 4: While k < Stack.top().k do
- 5: cordOut = Stack.pop()
- 6: if cordOut.Passed or rp-cordOut.sp ≥ L then
- 7: WriteCords(k, rp, Stack, Out, cordOut)
- 8: Stack.push(k, rp, true)
- 9: break
- 10: else if Stack.empty() or k > Stack.top().k then
- 11: Stack.push(k, cordOut.StartPos, false)
- 12: break
- 13: end if
- 14: end while
- 15: end if

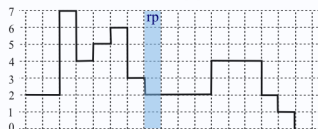
k sp  
passed



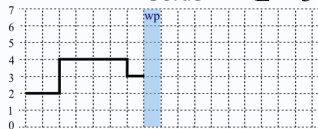
2 8  
1

LIFO

Entrée



Sortie L = 3



└ retour



## Temps de calcul des ouvertures 1-D

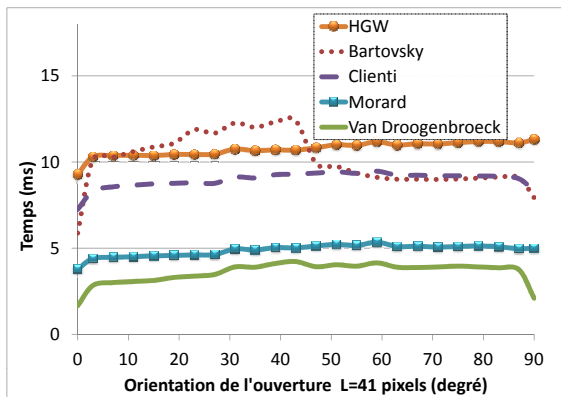


FIGURE: Temps de calcul des ouvertures 1-D en fonction de l'orientation des lignes

## Temps de calcul des granulométries 1-D

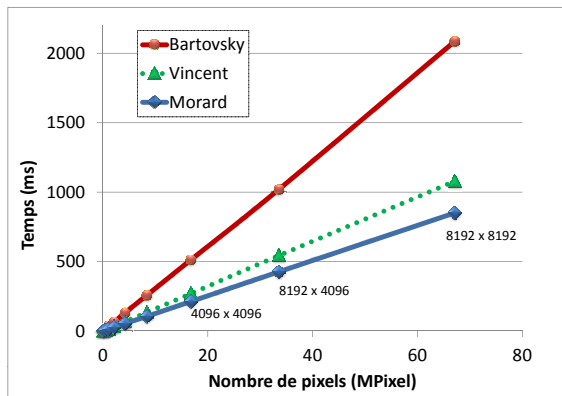


FIGURE: Temps de calcul des granulométries 1-D en fonction de la taille de l'image

## Construction d'un chemin $\beta$ MP

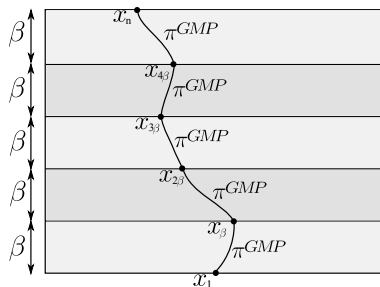


FIGURE: Concaténation de chemins  $\beta$ MP

▶ retour

## PPO : résultat

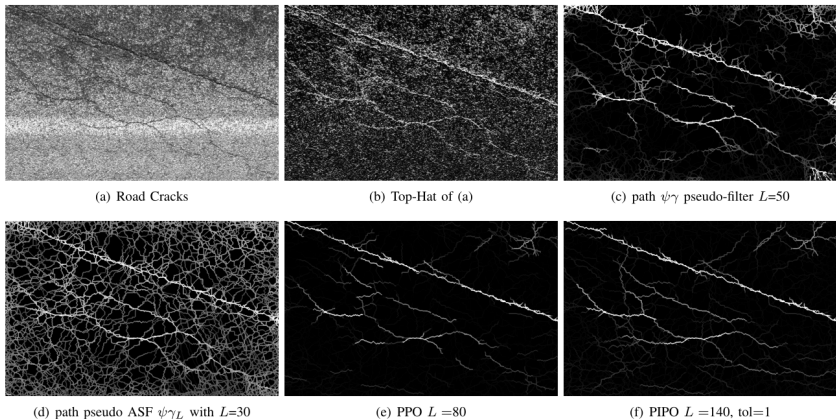


FIGURE: Résultats des ouvertures parcimonieuses par chemins (fissures sur une route)

## Temps de calcul des PPO

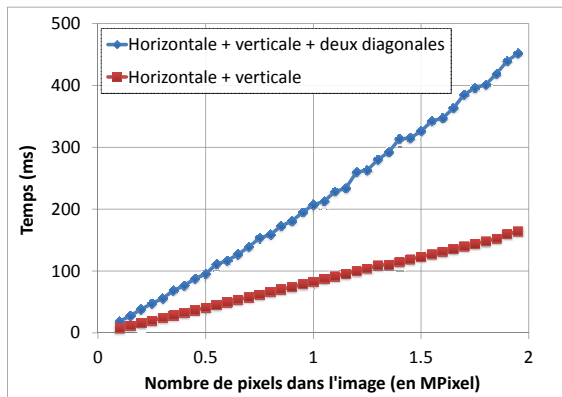


FIGURE: Temps de calcul des PPO en fonction de la taille de l'image

## Influence des paramètres $\beta$ , $k$ et $tol$ sur le temps de calcul

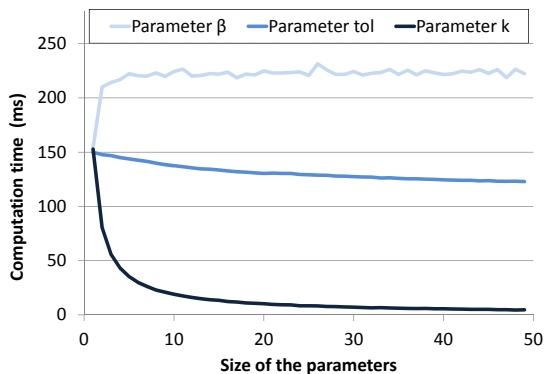
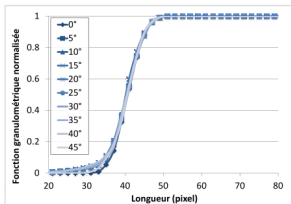
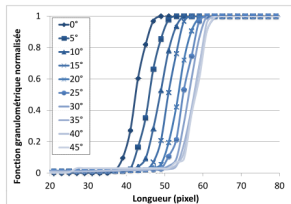


FIGURE: Temps de calcul des PPO en fonction des paramètres de l'opérateur

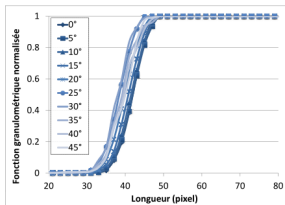
## Précision des PPO



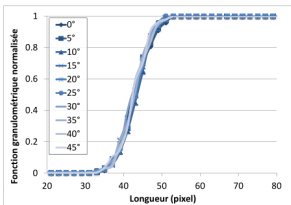
(a) Supremum des ouvertures 1-D



(b) Ouvertures par chemins



(c) Ouvertures par chemins contraints

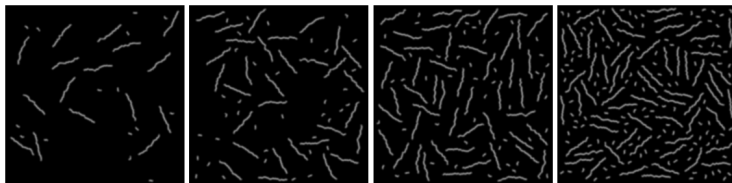


(d) Ouvertures parcimonieuses par chemins

▶ retour

FIGURE: Test de l'invariance par rotation

## Précision des PPO



(a) Fraction volumique  $V_V = 10\%$

(b) Fraction volumique  $V_V = 20\%$

(c) Fraction volumique  $V_V = 30\%$

(d) Fraction volumique  $V_V = 40\%$

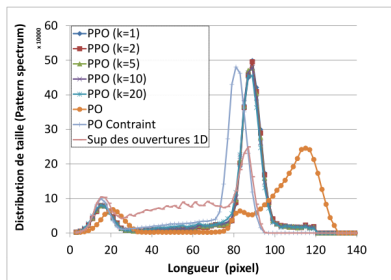
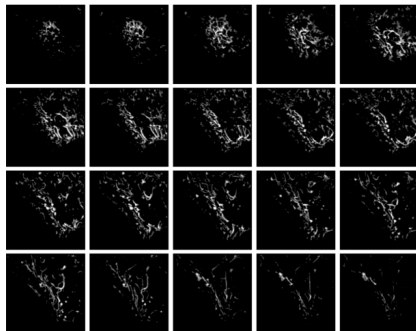


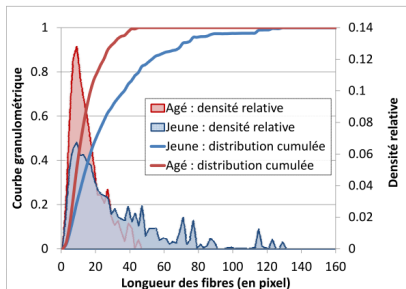
FIGURE: Test de l'invariance par rotation



## Granulométrie : application



(a) Coupes de 28 à 48 d'une images 3-D (peau jeune)



(b) Distribution de tailles

FIGURE: Pattern spectrum de deux images 3D des fibres de la peau humaine

## Précision des PPO

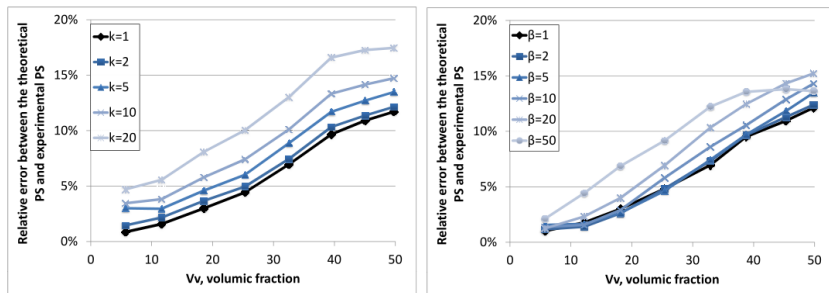


FIGURE: Précision des PPO sur des modèles aléatoires

▸ retour

## Diamètre barycentrique

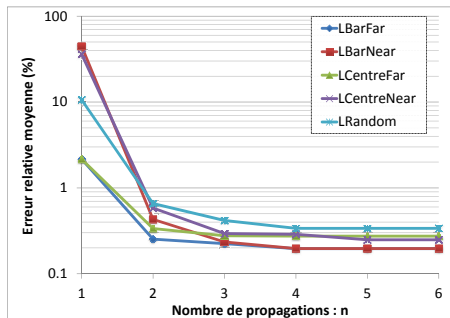
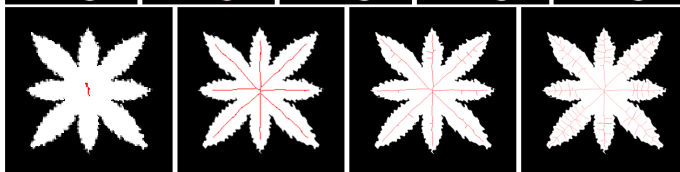
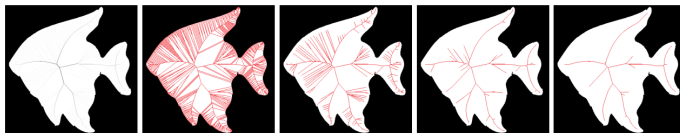


FIGURE: Erreur relative entre la mesure du diamètre barycentrique et celle du diamètre géodésique en fonction du nombre de propagations

► retour

## Axe médian

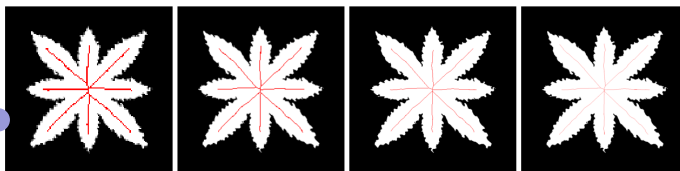


(a)  $128 \times 128$

(b)  $256 \times 256$

(c)  $512 \times 512$

(d)  $1024 \times 1024$



(e)  $128 \times 128$

(f)  $256 \times 256$

(g)  $512 \times 512$

(h)  $1024 \times 1024$

► retour

## Axe médian

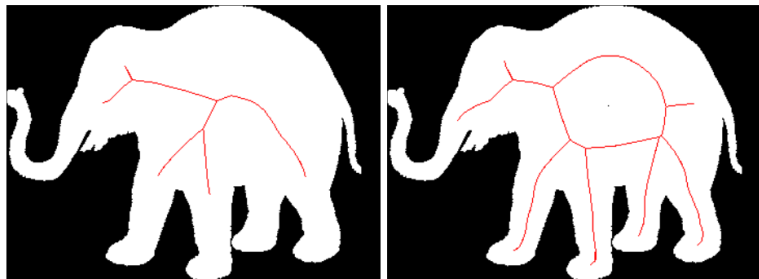


FIGURE: Sensible aux changements de topologie

▶ retour